

**РОЛЬ ТЕОРИИ ЭФФЕКТИВНЫХ  
СРЕД В СОВРЕМЕННОЙ  
РАЗВЕДОЧНОЙ ГЕОФИЗИКЕ**

# ПЛАН ЛЕКЦИЙ

## 1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ

1. Задачи геофизики, решаемые с помощью теории эффективных сред (ТЭС)
2. Понятие эффективных физических свойств
3. Горная порода как микроскопически неоднородная и макроскопически анизотропная композитная среда
4. Построение решения для эффективных физических свойств
5. Основные методы теории эффективных сред
6. Тесты ТЭС на модельных средах и горных породах
7. Междисциплинарный подход к моделированию эффективных физических свойств коллекторов, основанный на использовании ТЭС

# ПЛАН ЛЕКЦИЙ

## 2. ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Прямые и обратные задачи ТЭС
2. Моделирование эффективных физических свойств коллекторов
3. Примеры решения практических задач
  - глинистые сланцы
  - карбонатные коллекторы
4. Прогноз свойств одного типа через свойства другого типа

# ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ, РЕШАЕМЫЕ С ПОМОЩЬЮ ТЕОРИИ ЭФФЕКТИВНЫХ СРЕД

Прогноз физических свойств пород на различных масштабах по их составу и особенностям внутреннего строения

Объяснение существования корреляций между различными физическими свойствами

Определение «неизмеряемых» физических свойств по «измеряемым»

Определение геометрических характеристик порово-трещиноватого пространства осадочных пород

Выделение трещиноватых зон в породах-коллекторах и их характеристика

Восстановление полного тензора упругости (или транспортных свойств) анизотропной породы по ограниченному числу измерений физических свойств, недостаточному для применения традиционных методик

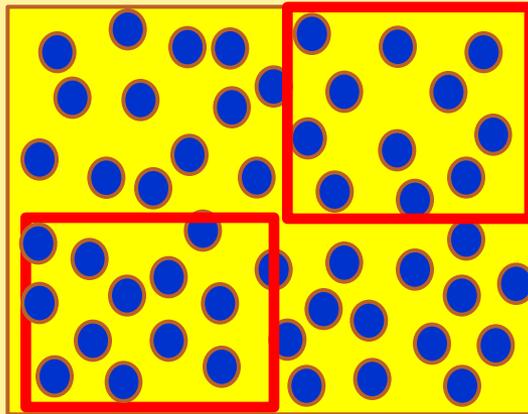
Построение масштабно-зависимой скоростной модели анизотропных пород-коллекторов с учетом анизотропии их физических свойств для мониторинга гидроразрыва

# ЭФФЕКТИВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КОМПОЗИТОВ

**Эффективная среда** - микроскопически неоднородная, макроскопически однородная среда (композитный материал)

**Статистически однородная среда:**

Статистические характеристики для представительного объема не зависят от координат



**Эффективные физические свойства определяются с помощью теории эффективных сред**

$$\langle x \rangle \equiv \frac{1}{V} \int_V x(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

**Общее определение**

$$\langle \mathbf{A}(\mathbf{r}) \rangle = \mathbf{X}^* \langle \mathbf{B}(\mathbf{r}) \rangle$$

**Эффективные упругие свойства**

$$\langle \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}) \rangle = \mathbf{C}^* \langle \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{r}) \rangle \quad \text{Закон Гука}$$

**Эффективная электропроводность**

$$\langle \mathbf{j}(\mathbf{r}) \rangle = -\mathbf{S}^* \langle \nabla \varphi(\mathbf{r}) \rangle \quad \text{Закон Ома}$$

**Эффективная теплопроводность**

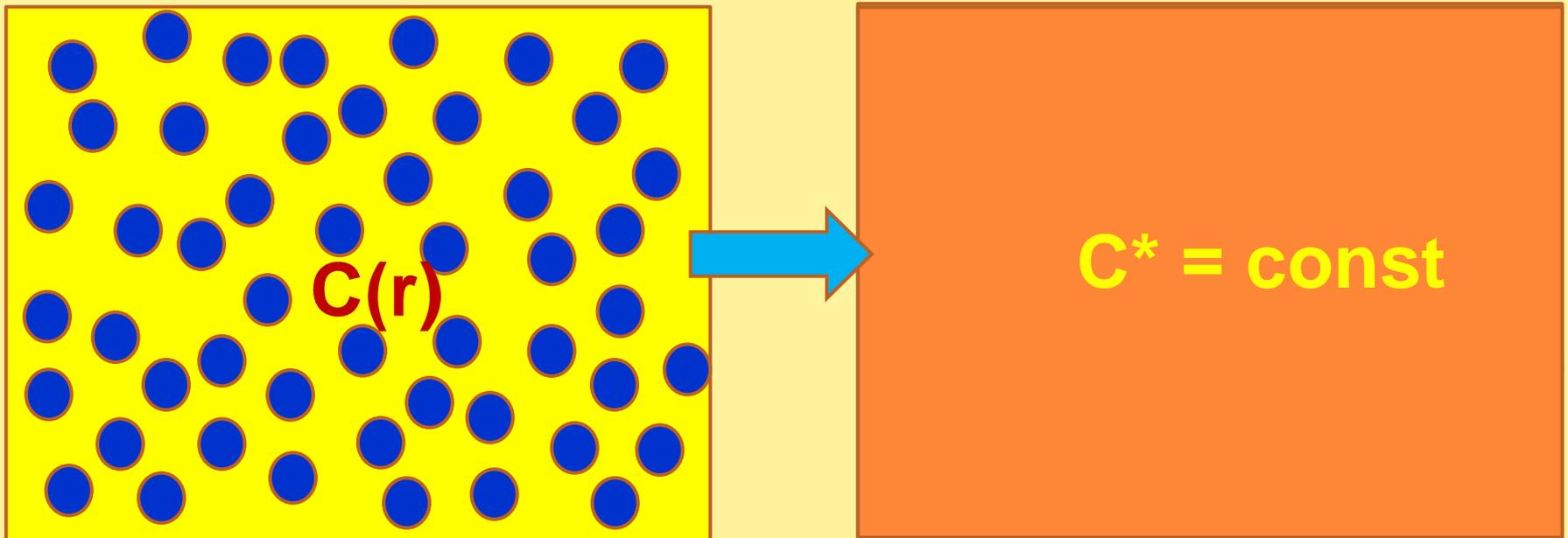
$$\langle \mathbf{q}(\mathbf{r}) \rangle = -\boldsymbol{\lambda}^* \langle \nabla T(\mathbf{r}) \rangle \quad \text{Закон Фурье}$$

**Эффективная гидравлическая проницаемость**

$$\langle \mathbf{Q}(\mathbf{r}) \rangle = -\mathbf{K}^* \langle \nabla h(\mathbf{r}) \rangle \quad \text{Закон Дарси}$$
$$h = \frac{P}{\rho g}$$

# ТЕОРИЯ ЭФФЕКТИВНЫХ СРЕД

Теория эффективных сред позволяет перейти от свойств среды, зависящих от координат, к свойствам, характеризующим среду в целом

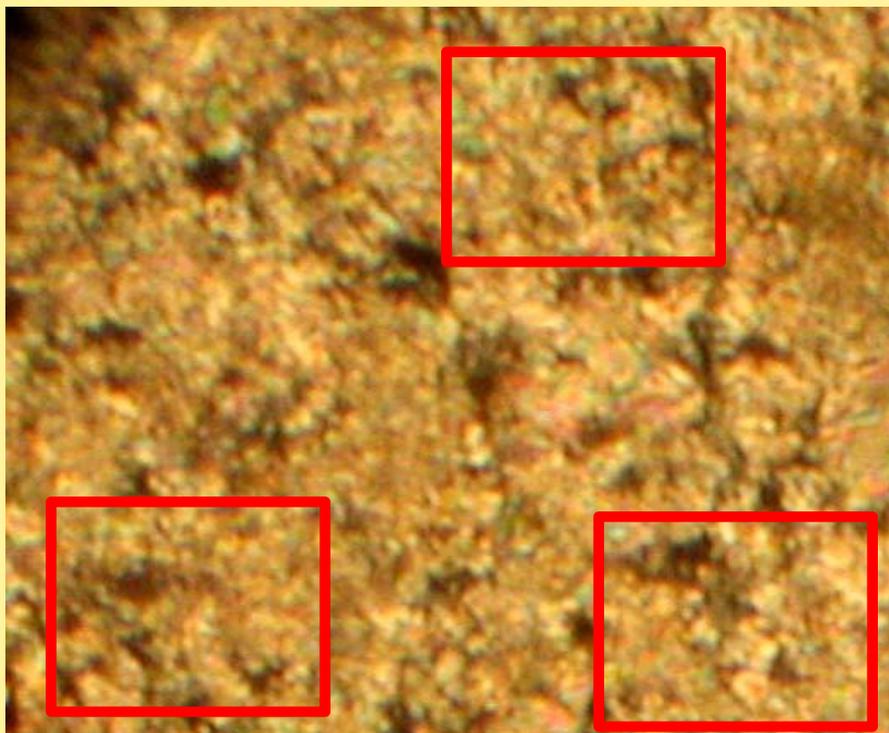


ТЭС – один из методов гомогенизации

# ЭФФЕКТИВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГОРНЫХ ПОРОД

**Горная порода** - природный микроскопически неоднородный, макроскопически однородный композитный материал

**Статистически однородная среда:**  
Статистические характеристики для представительного объема не зависят от координат



**Общее определение**

$$\langle \mathbf{A}(\mathbf{r}) \rangle = \mathbf{X}^* \langle \mathbf{B}(\mathbf{r}) \rangle$$

**Эффективные упругие свойства**

$$\langle \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}) \rangle = \mathbf{C}^* \langle \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{r}) \rangle \quad \text{Закон Гука}$$

**Эффективная электропроводность**

$$\langle \mathbf{j}(\mathbf{r}) \rangle = -\mathbf{S}^* \langle \nabla \varphi(\mathbf{r}) \rangle \quad \text{Закон Ома}$$

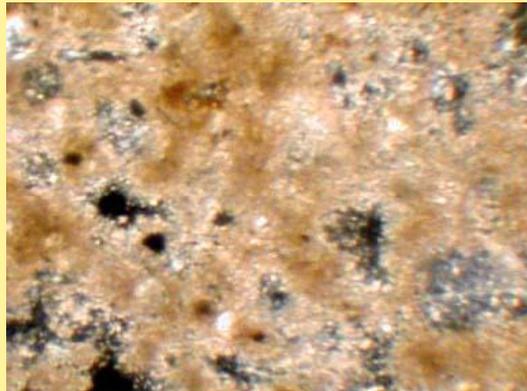
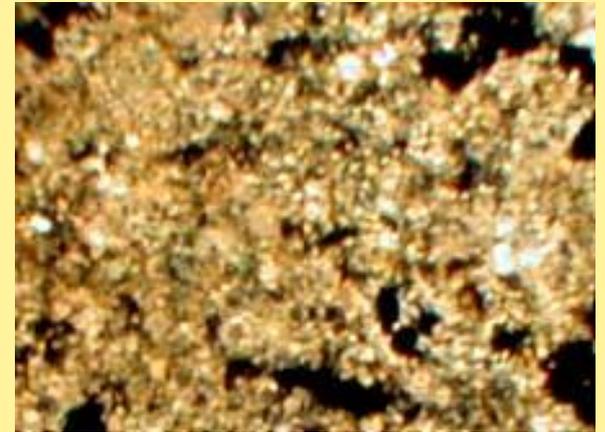
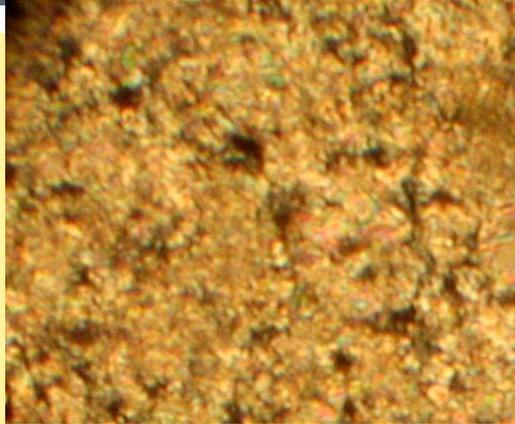
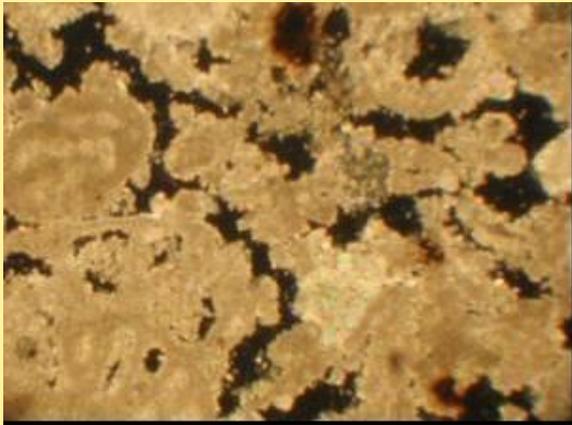
**Эффективная теплопроводность**

$$\langle \mathbf{q}(\mathbf{r}) \rangle = -\lambda^* \langle \nabla T(\mathbf{r}) \rangle \quad \text{Закон Фурье}$$

**Эффективная гидравлическая проницаемость**      Закон Дарси

$$\langle \mathbf{Q}(\mathbf{r}) \rangle = -\mathbf{K}^* \langle \nabla h(\mathbf{r}) \rangle \quad h = \frac{P}{\rho g}$$

# ГОРНАЯ ПОРОДА КАК ПОРОВО-ТРЕЩИНОВАТАЯ СРЕДА



Порово-трещиноватая среда – как композитная среда

# УСЛОВИЯ ПРИМЕНИМОСТИ ТЭС

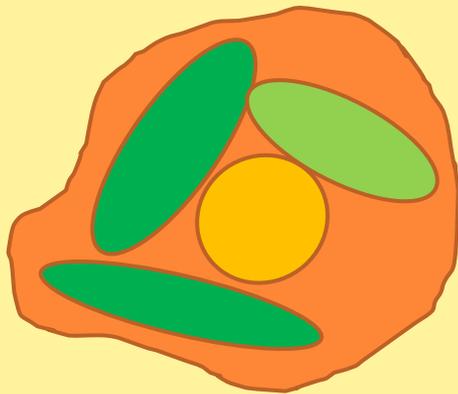
ТЭС применима, если длина волны много больше размера неоднородностей (**для упругих свойств**)

ТЭС применима, если масштаб рассмотрения проблемы много больше размера неоднородностей (**для транспортных свойств**)

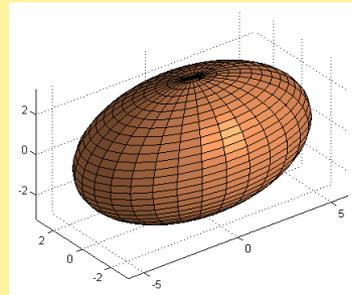
**Транспортные свойства:** электропроводность, теплопроводность, гидравлическая и диэлектрическая проницаемость

# ЭФФЕКТИВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГОРНЫХ ПОРОД

**Неоднородности в горной породе** – зерна минералов, поры, трещины, заполненные различными веществами



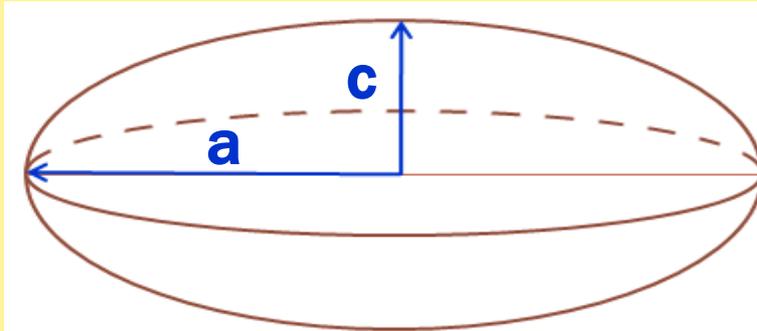
**Форма неоднородностей (включений) в теории эффективных сред- эллипсоид общего вида**



**Чаще используют эллипсоид вращения**



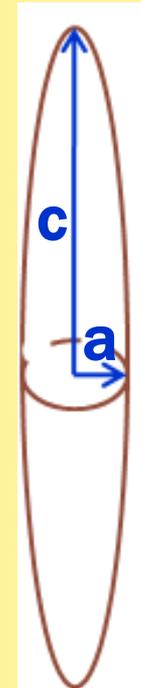
# Что такое аспектное отношение?



**<1**

**Аспектное отношение =  $c/a$**

**Для сферы аспектное отношение = 1**



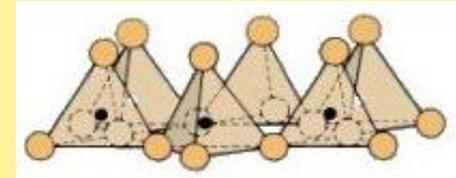
**>1**

# ГОРНАЯ ПОРОДА КАК АНИЗОТРОПНЫЙ КОМПОЗИТНЫЙ МАТЕРИАЛ

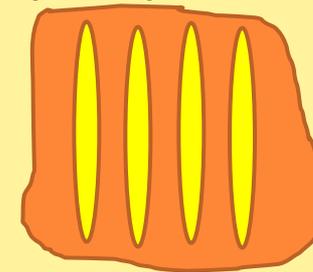
## Горная порода как анизотропный композитный материал

### Причины анизотропии физических свойств горных пород

1. Анизотропия физических свойств минералов, имеющих преимущественную ориентацию в породе



2. Преимущественная ориентация неоднородностей с контрастными свойствами по отношению к другим включениям (например, преимущественная ориентация трещин)



3. Тонкослоистость



# АНИЗОТРОПИЯ МИНЕРАЛОВ

«Минералами называются естественные дискретные органически целостные системы взаимодействующих атомов, упорядоченных с трёхмерной неограниченной периодичностью их равновесных положений...»

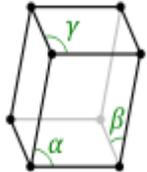
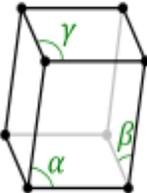
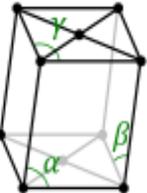
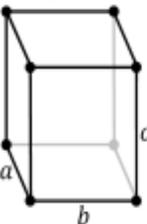
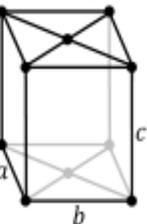
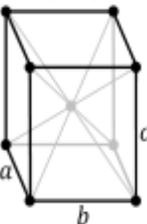
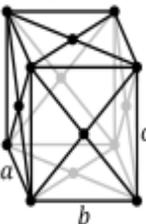
*Юшкин, 1977*

## **Типы симметрии (сингонии, системы)**

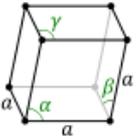
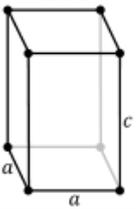
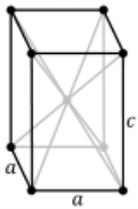
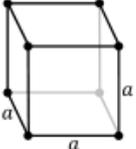
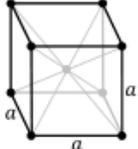
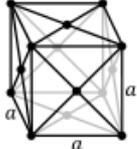
1. триклинная,
2. моноклинная
3. орторомбическая
4. кубическая
5. тетрагональная
6. тригональная
7. гексагональная

изотропная среда

# АНИЗОТРОПИЯ МИНЕРАЛОВ

Классификация по симметрии	Классификация по Браве			
<p>триклинная сингония</p>	<p>примитивная</p> <p><math>\alpha, \beta, \gamma \neq 90^\circ</math></p> 			
<p>моноклинная сингония</p>	<p>примитивная</p> <p><math>\beta \neq 90^\circ</math> <math>\alpha, \gamma = 90^\circ</math></p> 	<p>базоцентрированная</p> <p><math>\beta \neq 90^\circ</math> <math>\alpha, \gamma = 90^\circ</math></p> 		
<p>ромбическая сингония</p>	<p>примитивная</p> <p><math>a \neq b \neq c</math></p> 	<p>базоцентрированная</p> <p><math>a \neq b \neq c</math></p> 	<p>объемноцентрированная</p> <p><math>a \neq b \neq c</math></p> 	<p>гранецентрированная</p> <p><math>a \neq b \neq c</math></p> 

# АНИЗОТРОПИЯ МИНЕРАЛОВ

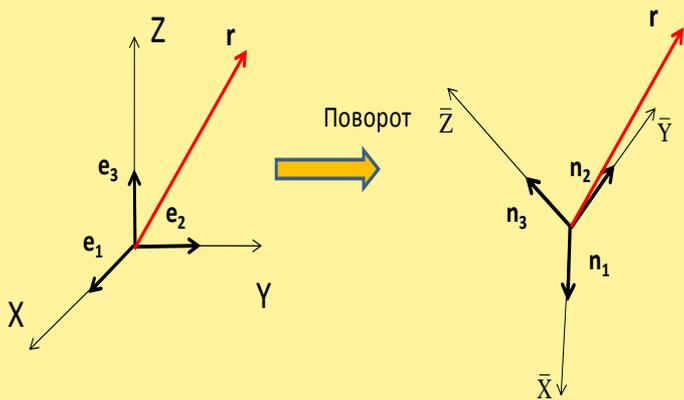
Классификация по симметрии	Классификация по Браве		
гексагональная сингония		базоцентрированная	
тригональная сингония	примитивная $\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$ 		
тетрагональная сингония	примитивная $a \neq c$ 		объемноцентрированная $a \neq c$ 
кубическая сингония	примитивная 		объемноцентрированная  гранецентрированная 

# ТЕНЗОР УПРУГОСТИ

## Эффективные упругие свойства

- Что такое тензор?

$$\langle \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}) \rangle = \mathbf{C}^* \langle \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{r}) \rangle \quad \text{Закон Гука}$$



$$\bar{A}_i = \sum_{j=1}^3 \alpha_{ij} A_j$$

$$\bar{B}_{ij} = \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \alpha_{ik} \alpha_{jl} B_{kl}$$

$$\bar{C}_{ijkl} = \sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^3 \sum_{r=1}^3 \sum_{s=1}^3 \alpha_{ip} \alpha_{jq} \alpha_{kr} \alpha_{ls} C_{pqrs}$$

$$\alpha_{ij} = \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^j} = \cos(\bar{x}^i, x^j)$$

$$i, j, k, l = 1, 2, 3$$

- Почему тензор упругости – тензор четвертого ранга?

$$\sigma_{ij}(\mathbf{r}) = C_{ijkl}(\mathbf{r}) \varepsilon_{kl}(\mathbf{r})$$

81 компонента

Переход к матричной записи по правилам

$$11 \rightarrow 1 \quad 22 \rightarrow 2 \quad 33 \rightarrow 3$$

$$12 \rightarrow 6 \quad 13 \rightarrow 5 \quad 23 \rightarrow 4$$

# ТЕНЗОР УПРУГОСТИ – МАТРИЦА УПРУГОСТИ

В общем случае 21 независимая компонента

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix}$$

симметрия

**Типы симметрии (сингонии, системы):**

триклинная (21), моноклинная (13),

орторомбическая (9), кубическая (3),

тетрагональная (6/7), тригональная (6/7), гексагональная (5)

изотропная среда (2)

# ТЕНЗОР УПРУГОСТИ – МАТРИЦА УПРУГОСТИ

## ■ Типы упругой симметрии

Изотропная среда - 2 модуля упругости -  
(сжатия, сдвига), (Юнга, Пуассона), параметры Ламэ

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} \end{pmatrix}$$

$$C_{11} = K + \frac{4}{3}\mu$$

$$C_{44} = \mu$$

# ИЗОТРОПНАЯ СРЕДА

## Соотношения между модулями упругости

$\lambda, \mu$  - параметры Ламэ ( $\mu$  - модуль сдвига),  $\nu$  - коэффициент Пуассона,  $E$  - модуль Юнга,  $K$  - модуль сжатия

Параметр	Основная пара				
	$\lambda, \mu$	$K, \mu$	$\mu, \nu$	$E, \nu$	$E, \mu$
$\lambda$	$\lambda$	$K - \frac{2}{3}\mu$	$\frac{2\mu\nu}{1-2\nu}$	$\frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$	$\frac{\mu(E-2\mu)}{3\mu-E}$
$\mu$	$\mu$	$\mu$	$\mu$	$\frac{E}{2(1+\nu)}$	$\mu$
$K$	$\lambda + \frac{2}{3}\mu$	$K$	$\frac{2\mu(1+\nu)}{3(1-2\nu)}$	$\frac{E}{3(1-2\nu)}$	$\frac{E\mu}{3(3\mu-E)}$
$E$	$\frac{(3\lambda+2\mu)\mu}{\lambda+\mu}$	$\frac{9K\mu}{3K+\mu}$	$2(1+\nu)\mu$	$E$	$E$
$\nu$	$\frac{\lambda}{2(\lambda+\mu)}$	$\frac{3K-2\mu}{6K+2\mu}$	$\nu$	$\nu$	$\frac{1}{2} \frac{E}{\mu} - 1$

# ТЕНЗОР УПРУГОСТИ – МАТРИЦА УПРУГОСТИ

## ■ Типы упругой симметрии

Триклинная – 21 модуль упругости

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix}$$

симметрия

Каолинит

# ТЕНЗОР УПРУГОСТИ – МАТРИЦА УПРУГОСТИ

## ■ Типы упругой симметрии

Кубическая - 3 модуля упругости

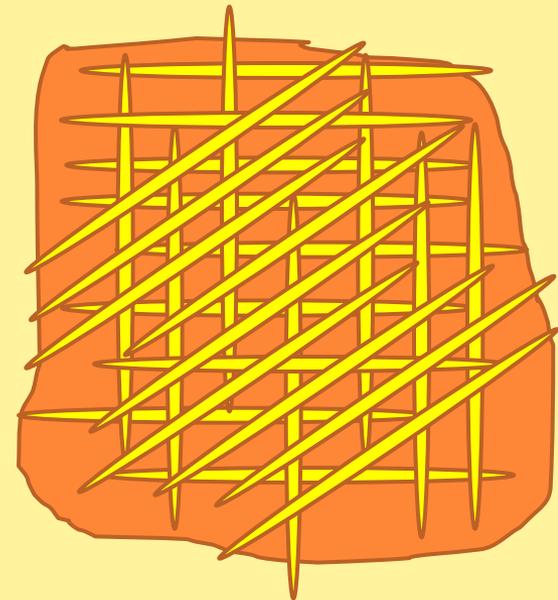
$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}$$

**Минералы:**

Рутил

Пирит

Галит

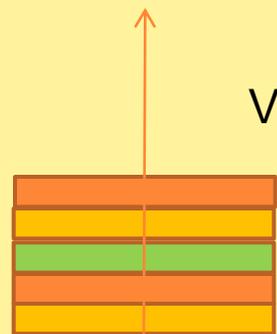


# ТЕНЗОР УПРУГОСТИ – МАТРИЦА УПРУГОСТИ

## ■ Типы упругой симметрии

Гексагональная - 5 модулей упругости

$(C_{11}, C_{33}, C_{44}, C_{66}, C_{13})$



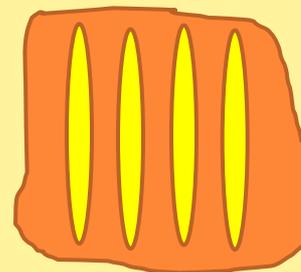
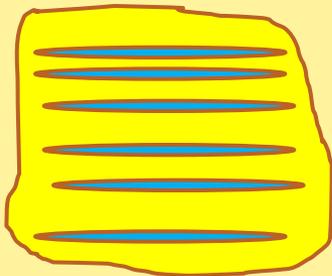
VTI

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{11} - 2C_{66} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{11} - 2C_{66} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}$$

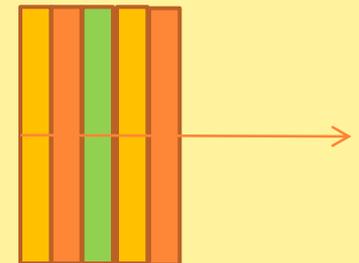
**Минералы:**

Графит

Иллит



HTI



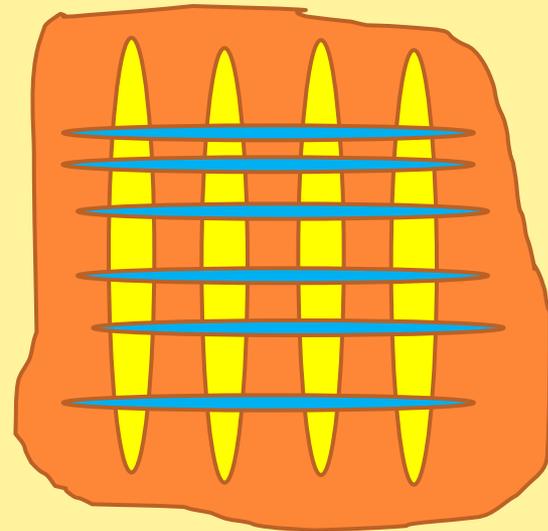
# ТЕНЗОР УПРУГОСТИ – МАТРИЦА УПРУГОСТИ

## ■ Типы упругой симметрии

Орторомбическая - 9 модулей упругости

$(C_{11}, C_{22}, C_{33}, C_{44}, C_{55}, C_{66}, C_{12}, C_{13}, C_{23})$

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}$$



**Минералы:** оливин, энстатит, датолит, перовскит

# ТЕНЗОР УПРУГОСТИ – МАТРИЦА УПРУГОСТИ

## ■ Типы упругой симметрии

Моноклинная - 13 модулей упругости

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & C_{15} & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & C_{25} & 0 \\ & & C_{33} & 0 & C_{35} & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & C_{45} \\ & & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix}$$

симметрия

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ & & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & 0 \\ & & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix}$$

симметрия

**Минералы:** микроклин, мусковит, биотит, хлорит, каолинит, ортоклаз, олигоклаз, авгит, гипс, диаллаг, роговая обманка, анортит, диопсид

# ТЕНЗОР УПРУГОСТИ – МАТРИЦА УПРУГОСТИ

## ■ Типы упругой симметрии

Тригональная - 6 или 7 модулей упругости

$$\begin{pmatrix}
 C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & 0 & 0 \\
 & C_{22} & C_{23} & -C_{14} & 0 & 0 \\
 & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\
 & & & C_{44} & 0 & 0 \\
 & & & & C_{55} & -C_{14} \\
 & & & & & 0.5(C_{11} - C_{12})
 \end{pmatrix}$$

симметрия

Кварц  
Кальцит  
Корунд  
Турмалин

$$\begin{pmatrix}
 C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & -C_{15} & 0 \\
 & C_{22} & C_{23} & -C_{14} & C_{15} & 0 \\
 & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\
 & & & C_{44} & 0 & C_{15} \\
 & & & & C_{55} & -C_{14} \\
 & & & & & 0.5(C_{11} - C_{12})
 \end{pmatrix}$$

симметрия

Доломит

# ТЕНЗОР УПРУГОСТИ – МАТРИЦА УПРУГОСТИ

## Матрица упругости кварца

*(Behm, 1958)*

86.74	6.99	11.91	-17.91	0	0
6.99	86.74	11.91	17.91	0	0
11.91	11.91	107.2	0	0	0
-17.91	17.91	0	57.94	0	0
0	0	0	0	57.94	-17.91
0	0	0	0	-17.91	39.875

ГПа

Плотность = 2.65 г/см<sup>3</sup>

# СКОРОСТИ УПРУГИХ ВОЛН В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{u}_0 \exp(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)$$

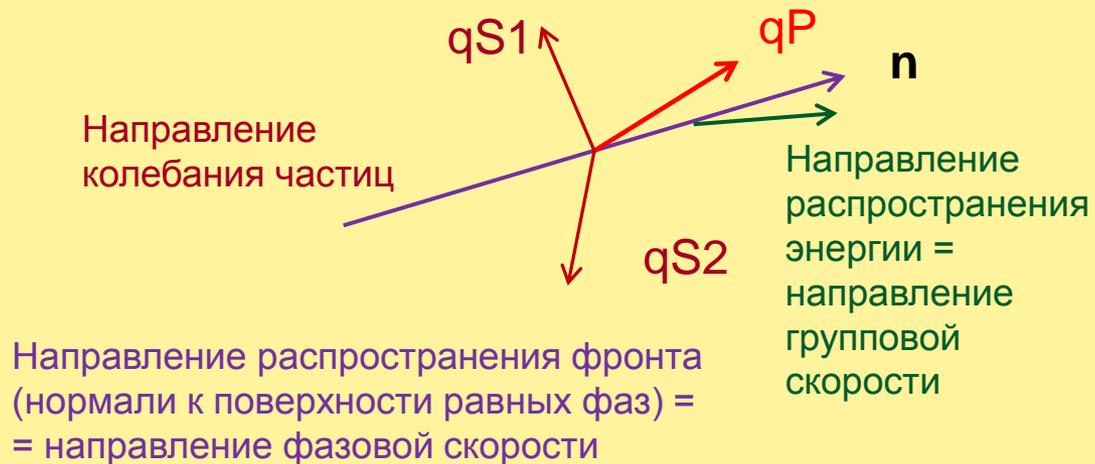
$$\mathbf{k} = kn$$

Уравнение Грина-Кристоффеля

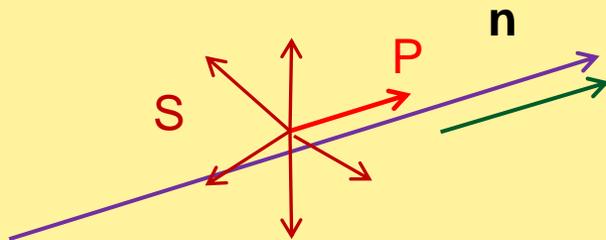
$$V = f(C, \rho)$$

$$V = \{V_P, V_{S1}, V_{S2}\}$$

Анизотропная среда



Возникает поляризация поперечных волн



Изотропная среда

Колебания частиц в поперечной волне происходят в плоскости, перпендикулярной распространению волны

# ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ ЭФФЕКТИВНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ

Эффективные упругие свойства

$$\langle \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}) \rangle = \mathbf{C}^* \langle \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{r}) \rangle \quad \text{Закон Гука}$$

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}) = \langle \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}) \rangle + \boldsymbol{\sigma}'(\mathbf{r}) \quad \mathbf{C}(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{C}(\mathbf{r}) \rangle + \mathbf{C}'(\mathbf{r}) \quad \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{r}) = \langle \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{r}) \rangle + \boldsymbol{\varepsilon}'(\mathbf{r})$$

$$\langle \boldsymbol{\varepsilon}'(\mathbf{r}) \rangle = \langle \boldsymbol{\sigma}'(\mathbf{r}) \rangle = \langle \mathbf{C}'(\mathbf{r}) \rangle = 0$$

$$\langle \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}) \rangle = \langle \mathbf{C}(\mathbf{r}) \rangle \langle \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{r}) \rangle + \langle \mathbf{C}'(\mathbf{r}) \boldsymbol{\varepsilon}'(\mathbf{r}) \rangle$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}'(\mathbf{r}) = \mathbf{P} \langle \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{r}) \rangle \quad \longrightarrow \quad \mathbf{C}^* = \langle \mathbf{C}(\mathbf{r}) \rangle + \langle \mathbf{C}'(\mathbf{r}) \mathbf{P}(\mathbf{r}) \rangle$$

Проблема определения эффективных физических свойств является проблемой учета взаимодействия многих тел и, в общем случае, может быть решена лишь приближенно

# МЕТОДЫ ТЕОРИИ ЭФФЕКТИВНЫХ СРЕД

$$\boldsymbol{\varepsilon}'(\mathbf{r}) = \mathbf{P}' \langle \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{r}) \rangle \quad \longrightarrow \quad \mathbf{C}^* = \langle \mathbf{C}(\mathbf{r}) \rangle + \langle \mathbf{C}'(\mathbf{r}) \mathbf{P}'(\mathbf{r}) \rangle$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{C}^{-1} \quad \text{Тензор податливости}$$

$$\boldsymbol{\sigma}'(\mathbf{r}) = \mathbf{Q} \langle \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}) \rangle \quad \longrightarrow \quad \mathbf{S}^* = \langle \mathbf{S}(\mathbf{r}) \rangle + \langle \mathbf{S}'(\mathbf{r}) \mathbf{Q}'(\mathbf{r}) \rangle$$

$$\text{Метод Фойгта: } \boldsymbol{\varepsilon}'(\mathbf{r}) = 0 \quad \longrightarrow \quad \mathbf{C}^* = \mathbf{C}^V \equiv \langle \mathbf{C}(\mathbf{r}) \rangle$$

$$\text{Метод Ройсса: } \boldsymbol{\sigma}'(\mathbf{r}) = 0 \quad \longrightarrow \quad \mathbf{S}^* = \mathbf{S}^R = \langle \mathbf{S}(\mathbf{r}) \rangle \quad \mathbf{C}^R \equiv (\mathbf{S}^R)^{-1}$$

Применяются для определения эффективных свойств поликристаллов

$$C_{ii}^R \leq C_{ii}^* \leq C_{ii}^V \quad \text{«вилки» для диагональных компонент}$$

# МЕТОДЫ ТЕОРИИ ЭФФЕКТИВНЫХ СРЕД

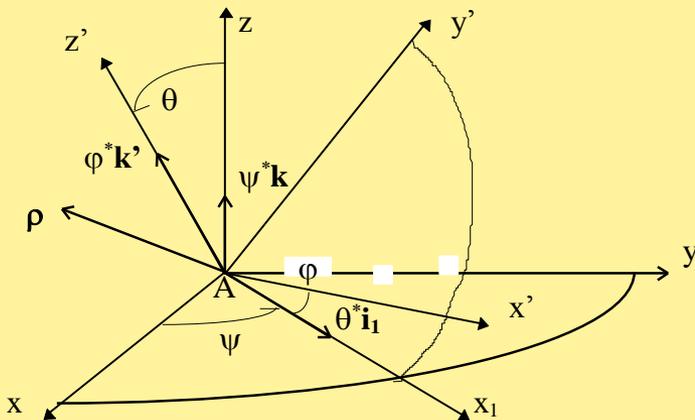
## Метод Фойгта – Ройсса - Хилла

$$C_{ij}^* = \frac{(C_{ij}^V + C_{ij}^R)}{2} \quad C^V \equiv \langle \mathbf{C}(\mathbf{r}) \rangle \quad C^R = (\mathbf{S}^R)^{-1} = \langle \mathbf{S}(\mathbf{r}) \rangle^{-1}$$

Как определять среднее по объему?

Среднее по объему = статистическое среднее  
(верно для статистически однородных сред)

### Углы Эйлера



$$C_{ij}^V = \frac{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} C_{ij}(\psi, \theta, \phi) f(\psi, \theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi d\psi}{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\psi, \theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi d\psi}$$

# МЕТОДЫ ТЕОРИИ ЭФФЕКТИВНЫХ СРЕД

**Почему методы Фойгта и Ройсса не применимы для порово-трещиноватых сред?**

- *дают «деление на ноль» в случае флюидообразных включений,*
- *не учитывают форму включений*
- *дают слишком широкие границы в случае резко контрастных компонент*

# ТРЕБОВАНИЯ К МЕТОДУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФФЕКТИВНЫХ СВОЙСТВ ПОРОД-КОЛЛЕКТОРОВ

## Метод применим если

1. Компоненты имеют контрастные свойства
2. Число компонент произвольно
3. Концентрация компонент произвольна
4. Упругие и транспортные свойства породы могут быть анизотропными без ограничения на тип симметрии

## Метод должен учитывать

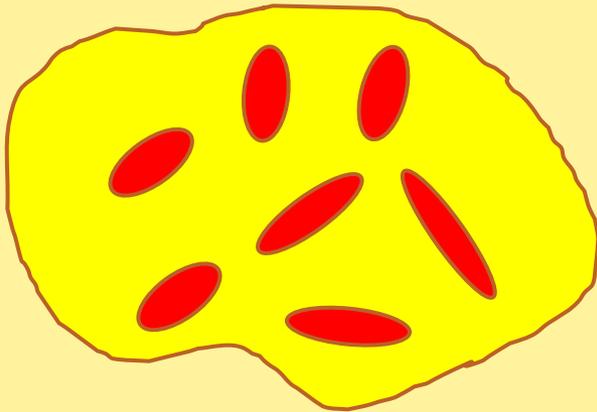
1. Различие формы компонент
2. Особенности ориентации компонент в объеме среды
3. Степень связности компонент

**Проблема определения эффективных физических свойств является проблемой учета взаимодействия многих тел и, в общем случае, может быть решена лишь приближенно**

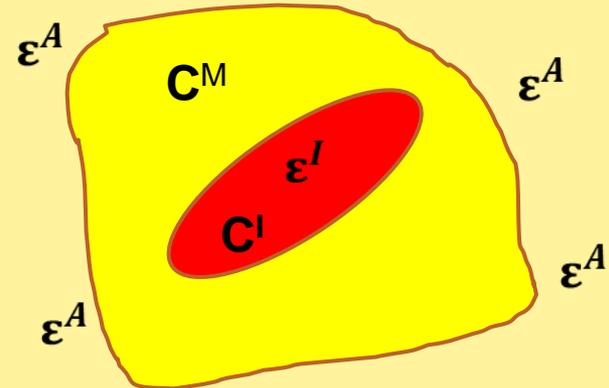
**МЕТОДЫ, ОСНОВАННЫЕ  
НА РЕШЕНИИ ЭШЕЛБИ ОБ  
ОПРЕДЕЛЕНИИ ПОЛЯ  
ДЕФОРМАЦИЙ В  
ЭЛЛИПСОИДАЛЬНОМ  
ВКЛЮЧЕНИИ**

# РЕШЕНИЕ ЭШЕЛБИ И МЕТОДЫ ЭШЕЛБИ

Матрица с включениями



Одно включение



$$\epsilon^I = F(\text{форма включения}, C^M, C^I, \epsilon^A)$$

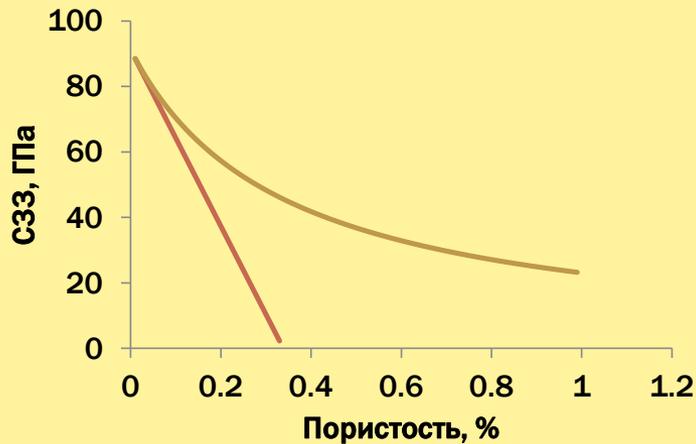
Энергетический  
принцип  
получения  
решения

$$C^* \epsilon^A \epsilon^A = C^M \epsilon^A \epsilon^A - \sum_{R=1}^N (V^I)_R C^M \epsilon^A f(\epsilon^I)_R \quad \text{Эшелби 1}$$

$$S^* \sigma^A \sigma^A = S^M \sigma^A \sigma^A + \sum_{R=1}^N (V^I)_R S^M \sigma^A f(\epsilon^I)_R \quad \text{Эшелби 2}$$

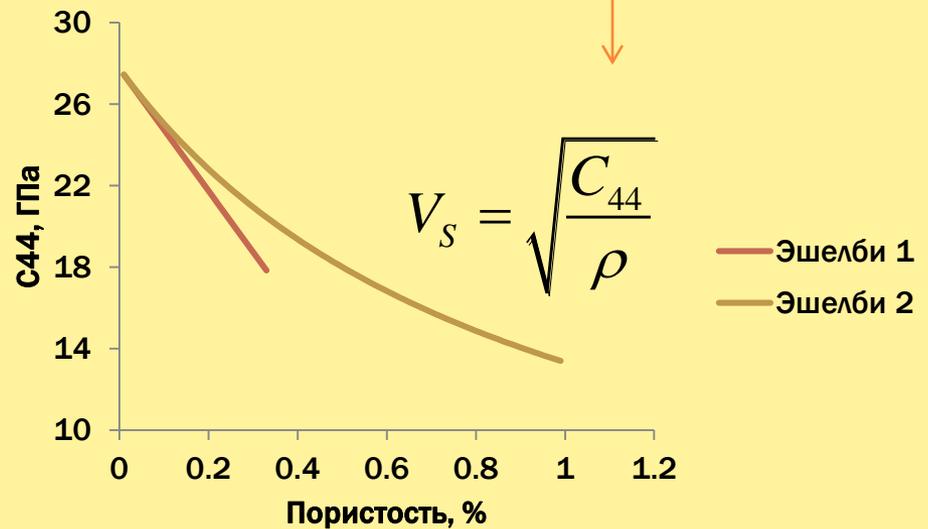
# МЕТОДЫ ЭШЕЛБИ

Кальцит с параллельными трещинами, аспектное отношение = 0.005  
Флюид - метан



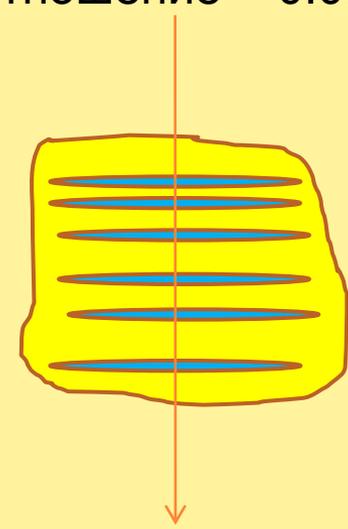
$$V_P = \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}}$$

— Эшелби 1  
— Эшелби 2



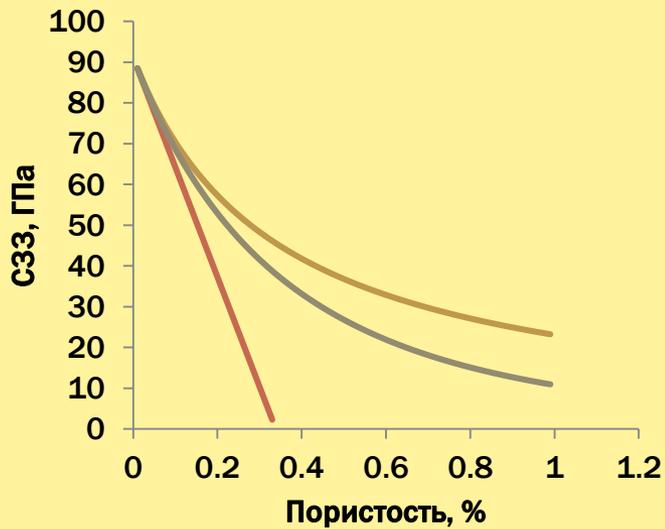
$$V_S = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}}$$

— Эшелби 1  
— Эшелби 2



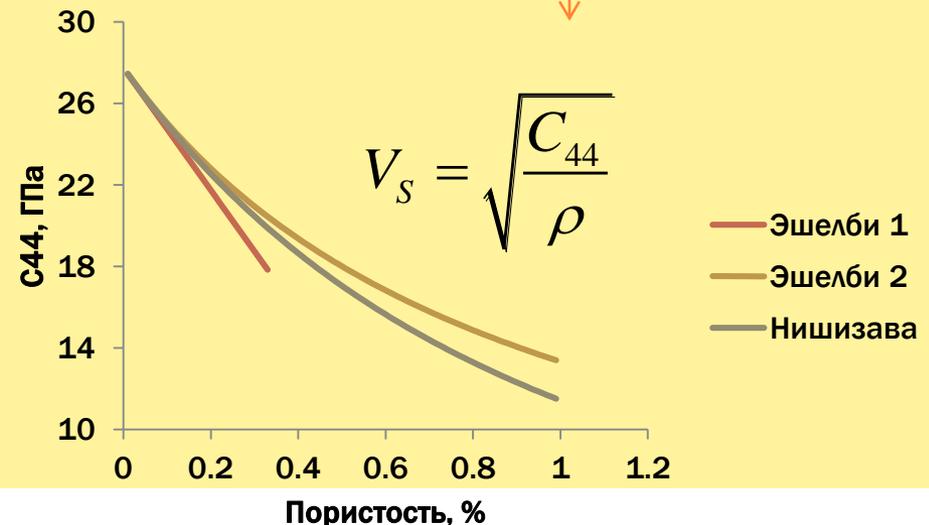
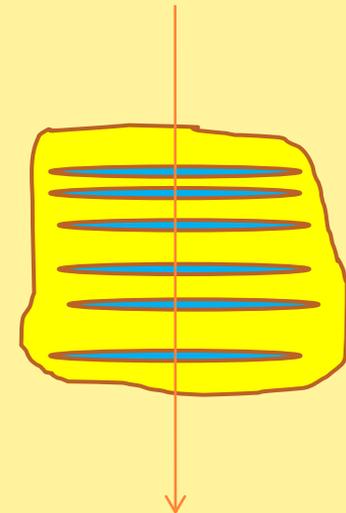
# МЕТОДЫ ЭШЕЛБИ И НИШИЗАВЫ

Кальцит с параллельными трещинами, аспектное отношение = 0.005  
 Флюид - метан



$$V_P = \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}}$$

- Эшелби 1
- Эшелби 2
- Нишизава



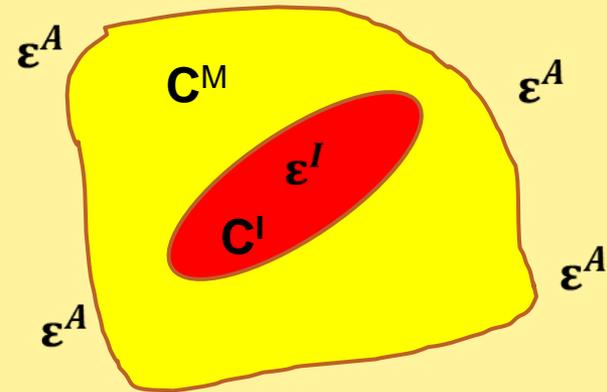
- Эшелби 1
- Эшелби 2
- Нишизава

# РЕШЕНИЕ, ОСНОВАННОЕ НА МЕТОДЕ ЭШЕЛБИ

Матрица с включениями



Одно включение



$$\epsilon^I = F(\text{форма включения}, C^M, C^I, \epsilon^A)$$

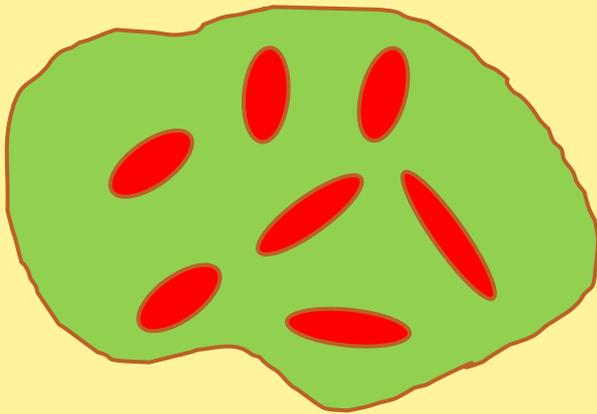
Усреднение поля деформаций по всем включениям и применение определения эффективного тензора упругости

$$\epsilon^I = F(\text{форма включения}, C^M, C^I) \langle \epsilon \rangle$$

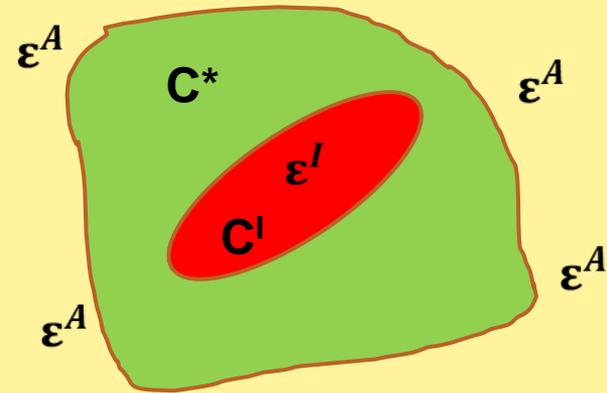
$$C^* = \left\langle C(\mathbf{r}) \left[ \mathbf{I} - \mathbf{g}(C(\mathbf{r}) - C^M) \right]^{-1} \right\rangle \left\langle \left[ \mathbf{I} - \mathbf{g}(C(\mathbf{r}) - C^M) \right]^{-1} \right\rangle^{-1}$$

# МЕТОД САМОСОГЛАСОВАНИЯ

Матрица с включениями



Одно включение



$$\epsilon^I = F(\text{форма включения}, C^*, C^I, \epsilon^A)$$

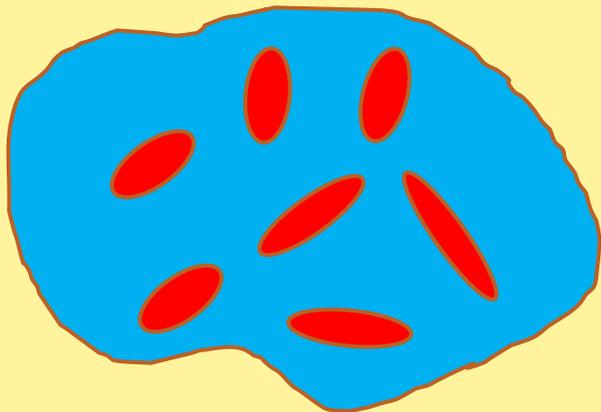


$$C^* = \left\langle C(\mathbf{r}) \left[ \mathbf{I} - \mathbf{g}(C^*, \alpha) (C(\mathbf{r}) - C^*) \right]^{-1} \right\rangle \left\langle \left[ \mathbf{I} - \mathbf{g}(C^*, \alpha) (C(\mathbf{r}) - C^*) \right]^{-1} \right\rangle^{-1}$$

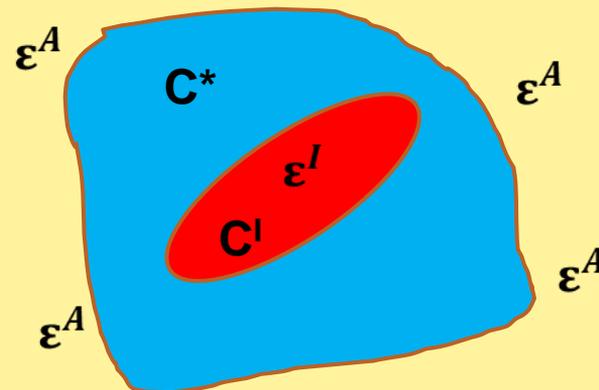
Применим к поликристаллам

# ПРОИЗВОЛЬНЫЙ ВЫБОР ТЕЛА СРАВНЕНИЯ: МЕТОД ОСП

Матрица с включениями



Одно включение



$$\epsilon^I = F(\text{форма включения}, C^C, C^I, \epsilon^A)$$

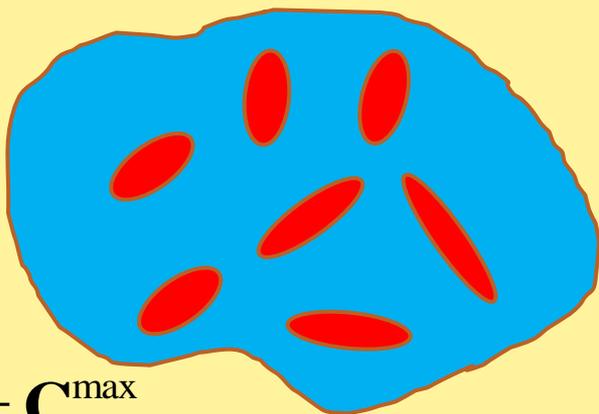


$$C^* = \left\langle C(\mathbf{r}) \left[ \mathbf{I} - \mathbf{g}(C^C, \alpha) (C(\mathbf{r}) - C^C) \right]^{-1} \right\rangle \left\langle \left[ \mathbf{I} - \mathbf{g}(C^C, \alpha) (C(\mathbf{r}) - C^C) \right]^{-1} \right\rangle^{-1}$$

# ПРОИЗВОЛЬНЫЙ ВЫБОР ТЕЛА СРАВНЕНИЯ: МЕТОД ОСП

Границы Хашина-Штрикмана

$$\mathbf{C}^* = \left\langle \mathbf{C}(\mathbf{r}) \left[ \mathbf{I} - \mathbf{g}(\mathbf{C}^c, \alpha) (\mathbf{C}(\mathbf{r}) - \mathbf{C}^c) \right]^{-1} \right\rangle \left\langle \left[ \mathbf{I} - \mathbf{g}(\mathbf{C}^c, \alpha) (\mathbf{C}(\mathbf{r}) - \mathbf{C}^c) \right]^{-1} \right\rangle^{-1}$$



$$\mathbf{C}^c = \mathbf{C}^{\max}$$

Верхняя граница (*Up\_HS*)



$$\mathbf{C}^c = \mathbf{C}^{\min}$$

Нижняя граница (*Lo\_HS*)

Жесткая матрица - мягкие включения

Мягкая матрица - жесткие включения

$$C_{ii}^{Lo\_HS} \leq C_{ii}^* \leq C_{ii}^{Up\_HS}$$

# ПРОИЗВОЛЬНЫЙ ВЫБОР ТЕЛА СРАВНЕНИЯ: МЕТОД ОСП

## Как выбирать тело сравнения?

Тело сравнения учитывает характер связи неоднородностей

### Способы учета связи трещин и пор:

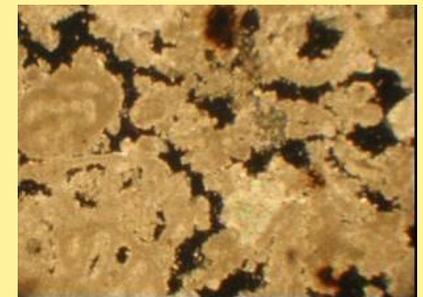
1. Трещины и поры помещаются в среду с эффективными свойствами.  
«Тело сравнения» - среда с эффективными свойствами



2. Используется линейную комбинацию свойств матрицы и включений:

$$C^C = (1 - f)C^M + fC^I$$

Дополнительный параметр  $f$  - параметр связности пор и трещин

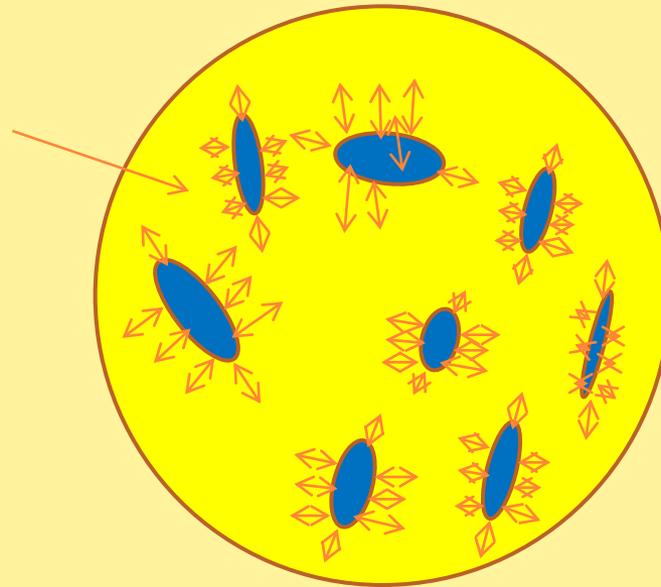


3.  $C^C = (1 - \varphi)C^V + \varphi C^R$

# УЧЕТ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В МЕТОДЕ ОСП

## Метод ОСП

Тело сравнения



Тело сравнения выбирается произвольно

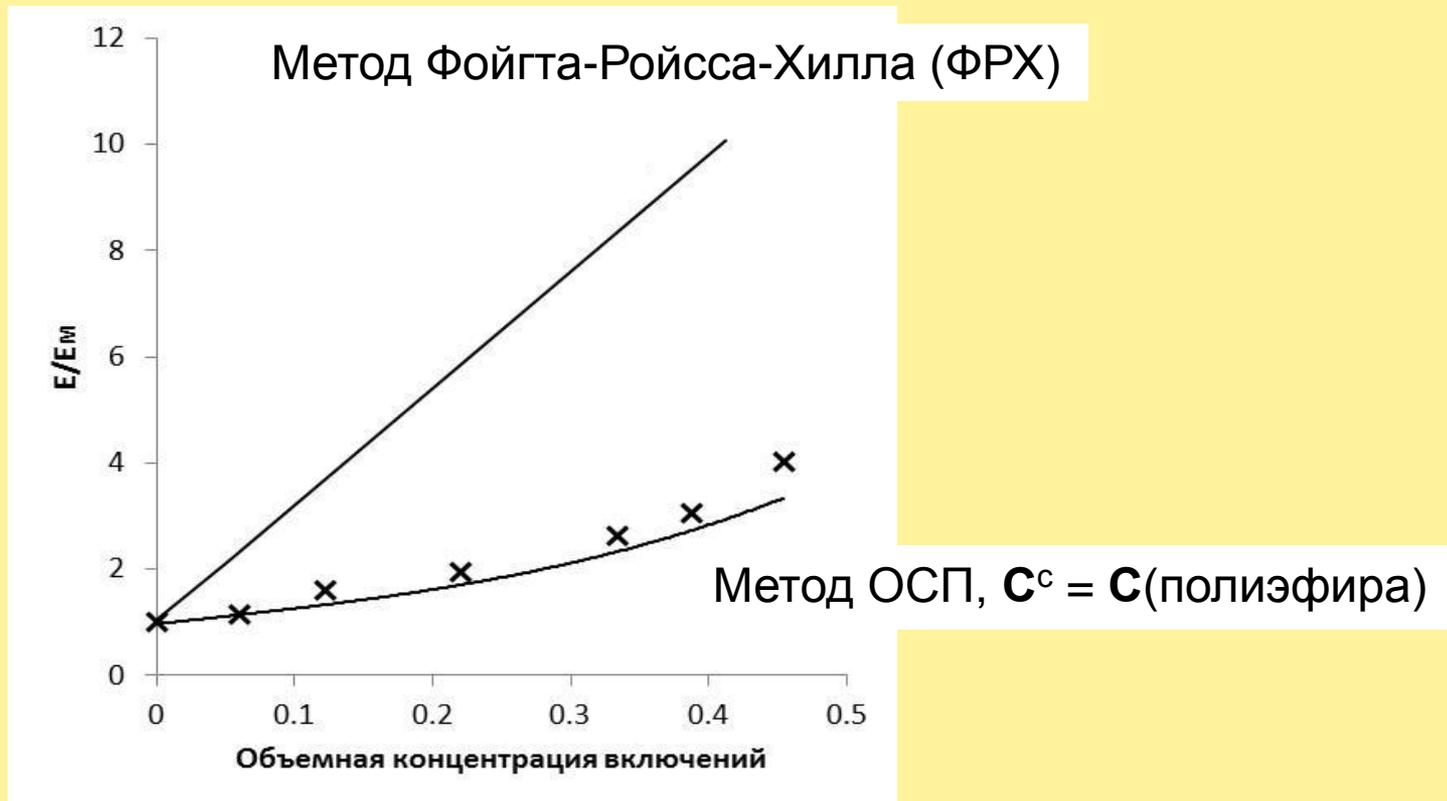
Для получения правдоподобного результата тело сравнения должно отражать особенности внутреннего строения среды

# ТЕСТИРОВАНИЕ МЕТОДА ОСП

# Сравнение рассчитанных эффективных характеристик с данными эксперимента

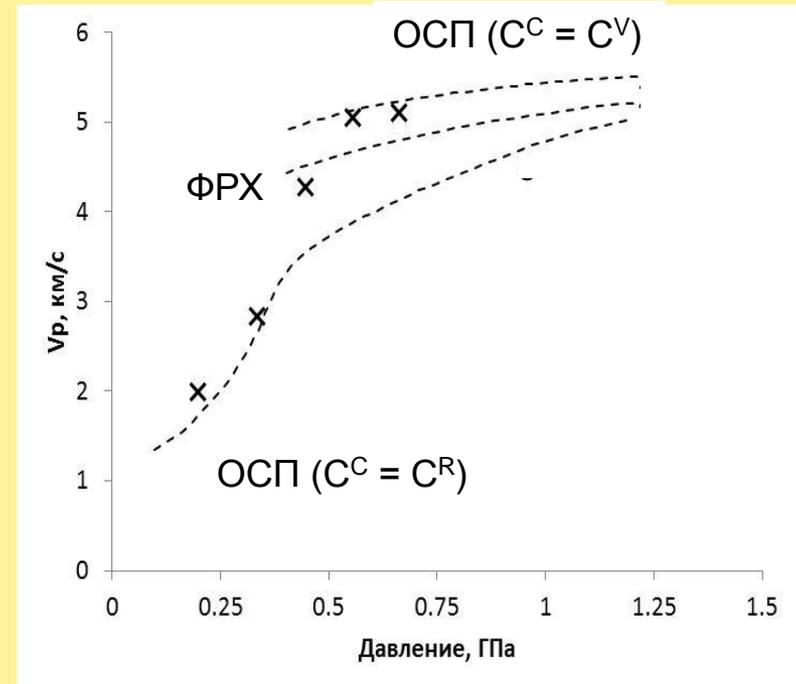
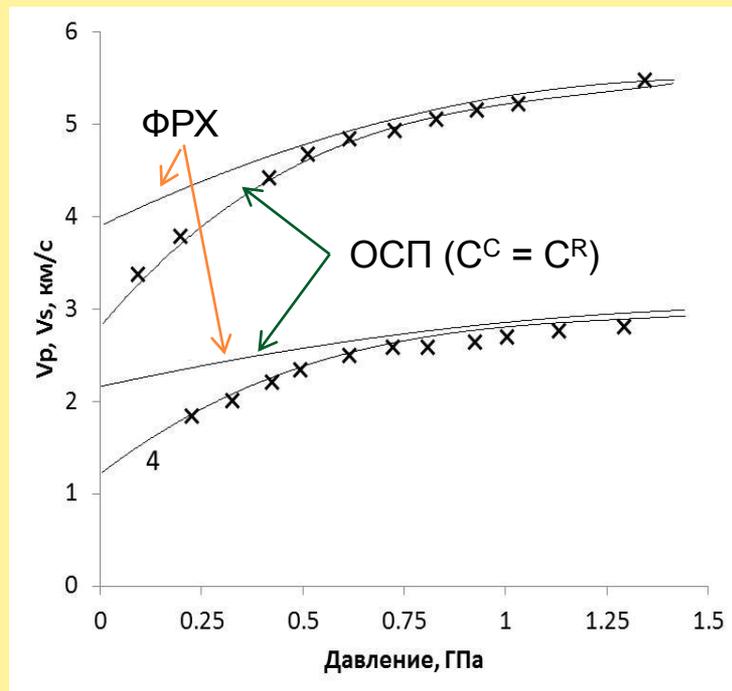
Стеклянные микросферы в полиэфирной матрице

$$K_I/K_M = 7$$
$$\mu_I/\mu_M = 49$$



# Сравнение рассчитанных эффективных характеристик с данными эксперимента

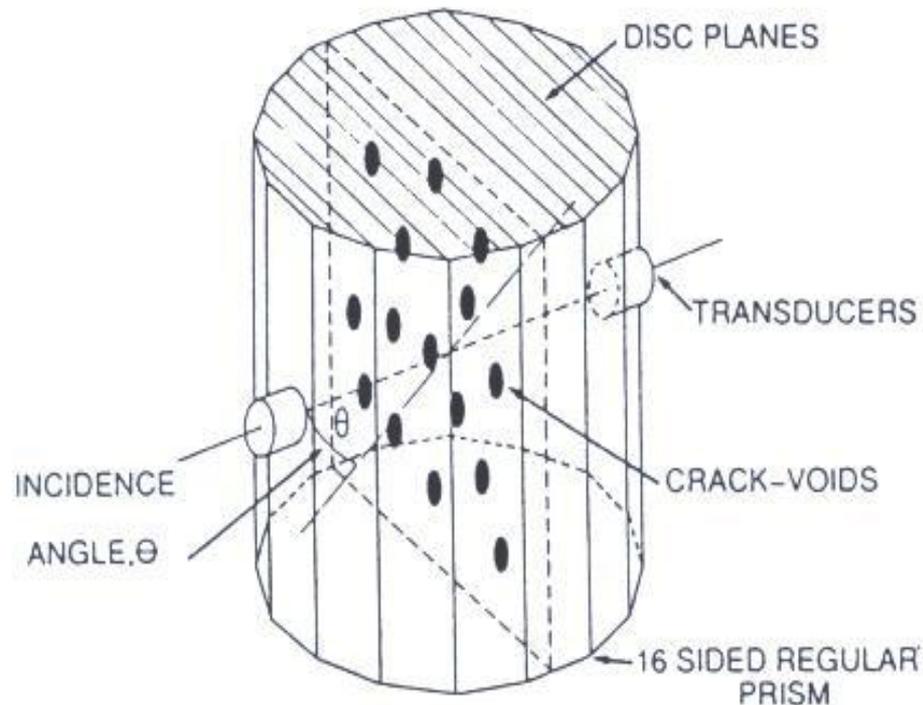
Смесь «кварцевые зерна в стеарине»



(эксперимент проведен Р.М. Насимовым и А.И. Левыкиным, ИФЗ РАН)

# Сравнение рассчитанных эффективных характеристик с данными эксперимента

J.S. Rathore, E. Fjaer, R.M. Holt and L. Renlie, 1994.  
Geophysical Prospecting, v.43, p.711-728

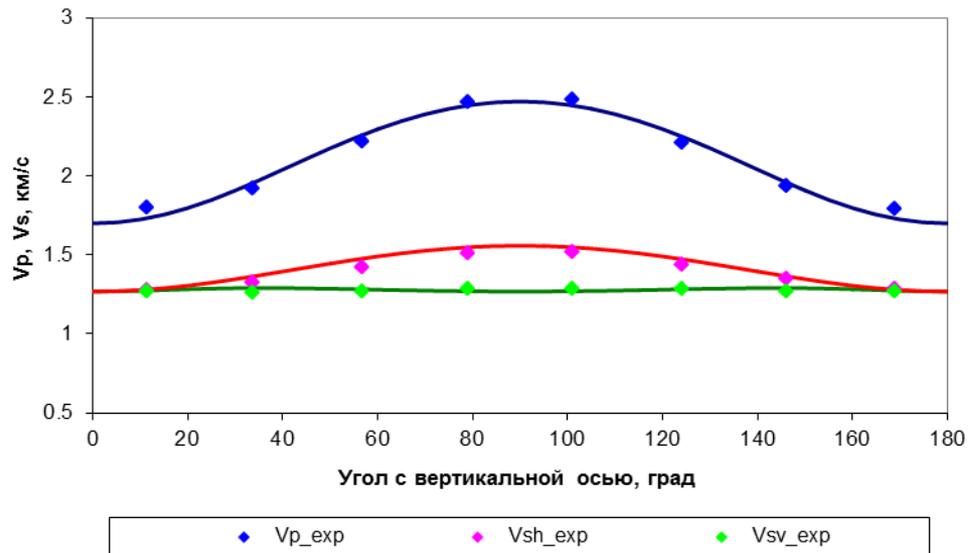


The crack data for sample 901C is as follows:

Crack shape:	circular,
crack diameter:	5.50 mm,
crack thickness:	0.02 mm,
crack density ( $\zeta$ ):	0.10,
number of cracks in $0.001 \text{ m}^3$ :	4808,
number of layers:	48.

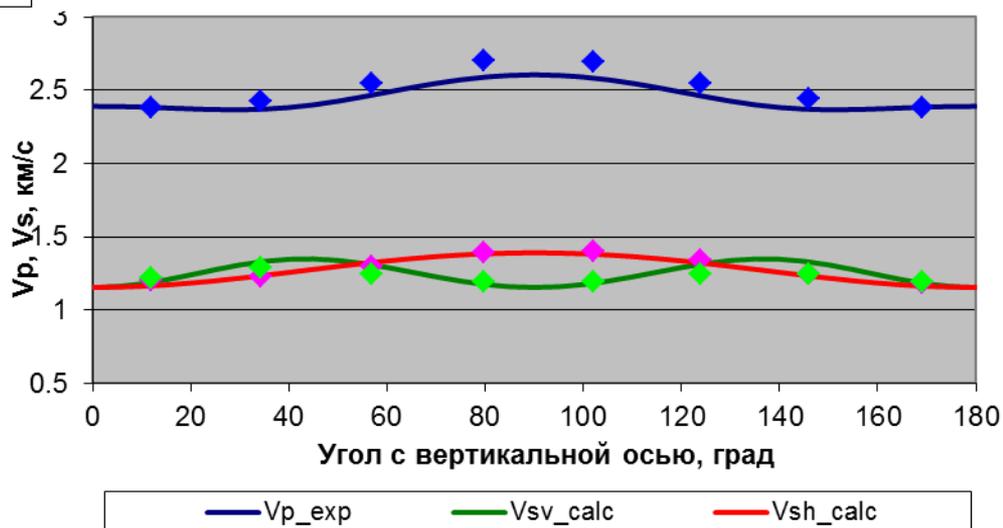
# Сравнение рассчитанных эффективных характеристик с данными эксперимента

Сухой образец  
 $f = 0.69$

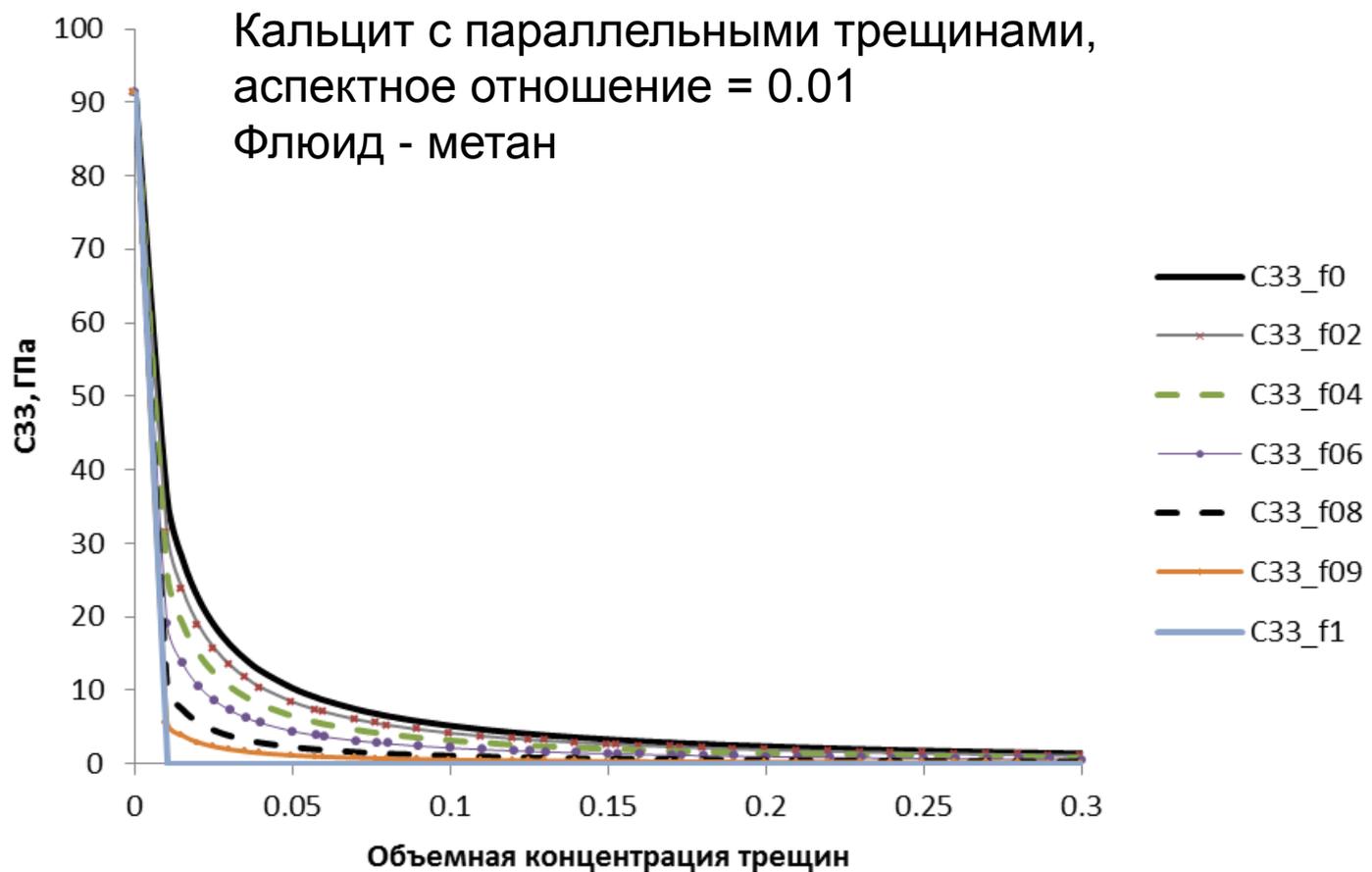


Аспектное отношение трещин = 0.0036  
Пористость = 0.15%

Водонасыщенный образец  
 $f = 0.69, S_w = 0.84$



# МЕТОД ОСП

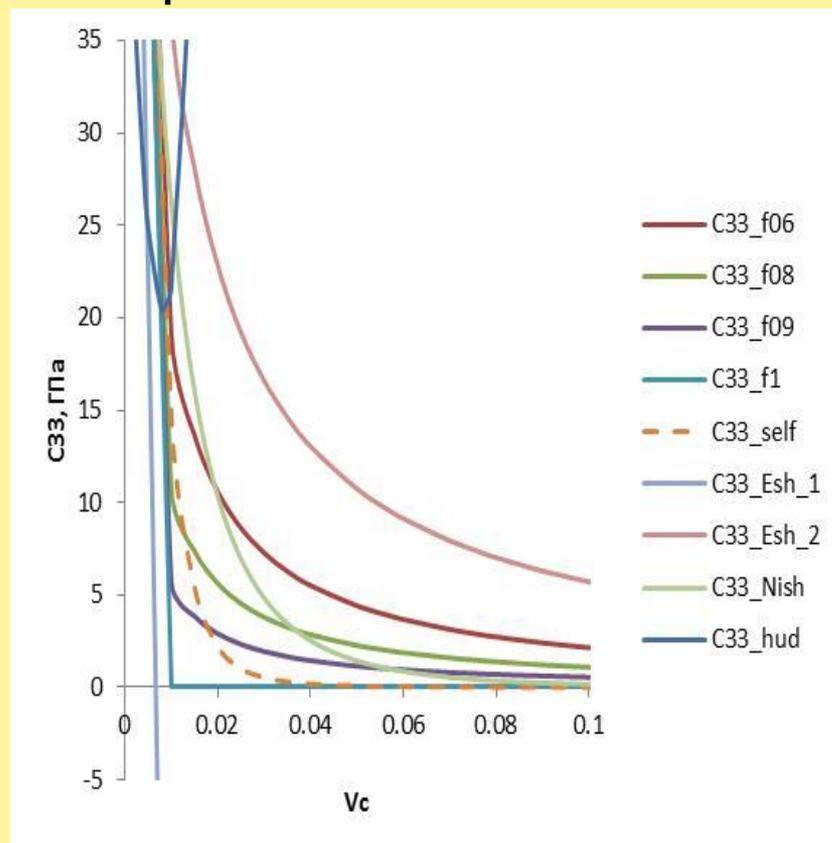
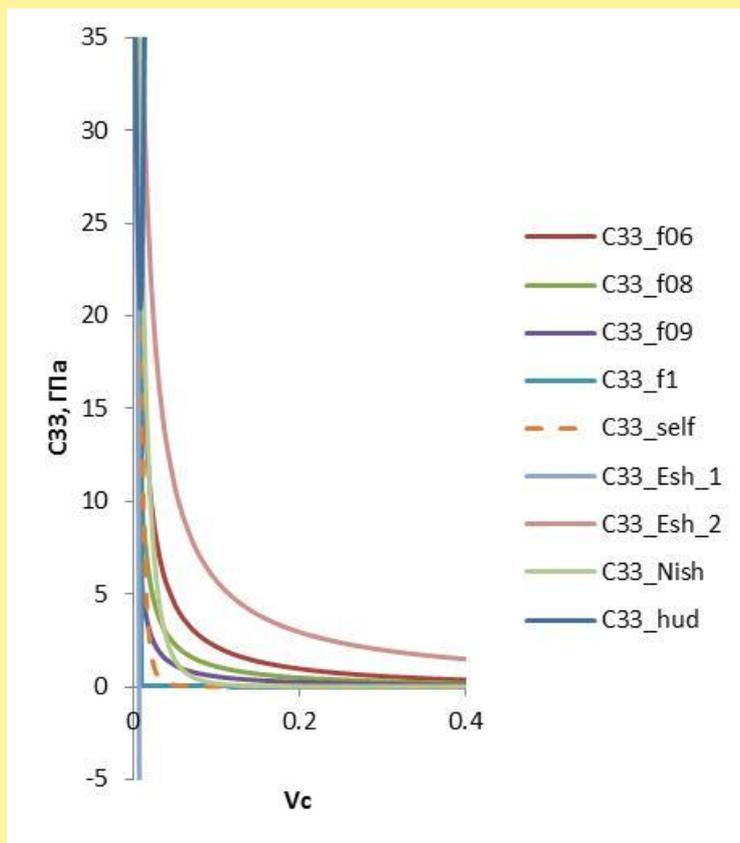


# СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ, ПОЛУЧЕННЫХ РАЗЛИЧНЫМИ МЕТОДАМИ ТЭС

Аспектное отношение трещин = 0.01  
Трещины параллельные

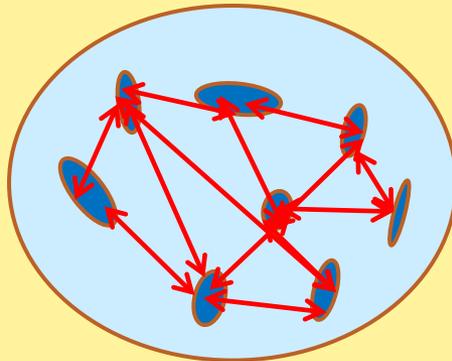
Твердая фаза  
К = 54 ГПа  
 $\mu$  = 28 ГПа

Флюид: метан  
К =  $1.7e-4$  ГПа

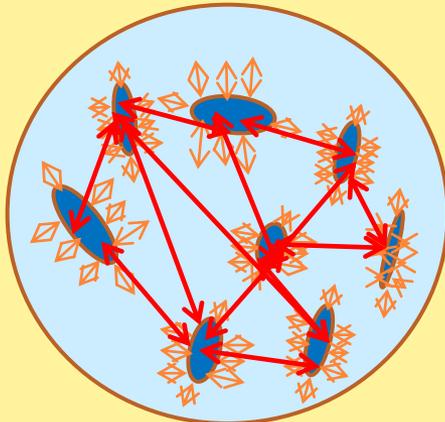


# ПОДХОДЫ, ОСНОВАННЫЕ НА ПОСТРОЕНИИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ

1. Метод парных корреляционных функций (*Лифшиц, Розенцвейг, 1946, 1951*)

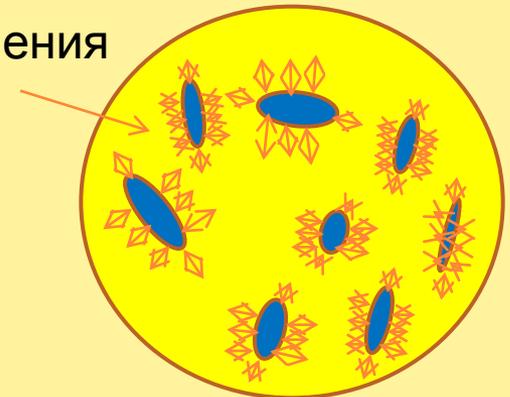


2. Метод Т-матрицы (*Jakobsen, 2003*)



Метод ОСП

Тело сравнения



# АПСКЕЙЛИНГ И ДАУНСКЕЙЛИНГ ФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ

**Апскейлинг (upscaling)** – масштабирование свойств при движении от крупного масштаба к мелкому или от мелких неоднородностей к крупным

*Минеральное зерно (нано и микрометры) → поликристалл (сантиметры)  
Минеральное зерно, пора, трещина (нано и микрометры) → порово-трещиноватая среда (сантиметры) - образцы горных пород (сантиметры)*



*Порово-трещиноватая среда (переслаивание) + субвертикальные трещины (десятки сантиметров) = ГИС (десятки сантиметров)*

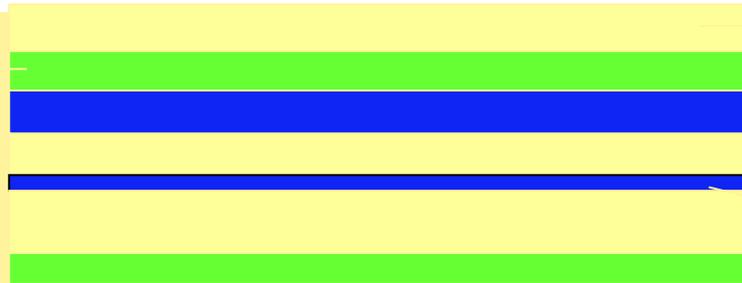
*ВСП – десятки метров - километры*



*Сейсмические исследования (сотни метров)*

**Даунскейлинг (downscaling)** – масштабирование свойств при движении от мелкому масштаба к крупному

# ТОНКОСЛОИСТАЯ СРЕДА – МЕТОД БЭЙКУСА



Метод Рытова (1955) (слои изотропные) – Бэйкуса (1962) (слои изотропные)  
 - Шермергора (1977) (слои анизотропные) - Шоенберга (1982) (слои анизотропные)

## Слои орторомбической симметрии

$$C_{11}^* = \langle C_{11} \rangle + \left\langle \frac{C_{13}}{C_{33}} \right\rangle^2 \langle C_{33}^{-1} \rangle^{-1} - \left\langle \frac{C_{13}^2}{C_{33}} \right\rangle$$

$$C_{12}^* = \langle C_{12} \rangle + \left\langle \frac{C_{13}}{C_{33}} \right\rangle \left\langle \frac{C_{23}}{C_{33}} \right\rangle \langle C_{33}^{-1} \rangle^{-1} - \left\langle \frac{C_{13} C_{23}}{C_{33}} \right\rangle$$

$$C_{13}^* = \left\langle \frac{C_{13}}{C_{33}} \right\rangle \langle C_{33}^{-1} \rangle^{-1}$$

$$C_{22}^* = \langle C_{22} \rangle + \left\langle \frac{C_{23}}{C_{33}} \right\rangle^2 \langle C_{33}^{-1} \rangle^{-1} - \left\langle \frac{C_{23}^2}{C_{33}} \right\rangle$$

$$C_{23}^* = \left\langle \frac{C_{23}}{C_{33}} \right\rangle \langle C_{33}^{-1} \rangle^{-1}$$

$$C_{33}^* = \langle C_{33}^{-1} \rangle^{-1}$$

$$C_{66}^* = \langle C_{66} \rangle$$

$$C_{55}^* = \langle C_{55}^{-1} \rangle^{-1}$$

$$C_{44}^* = \langle C_{44}^{-1} \rangle^{-1}$$

$$C_{33} = \rho V_P^2$$

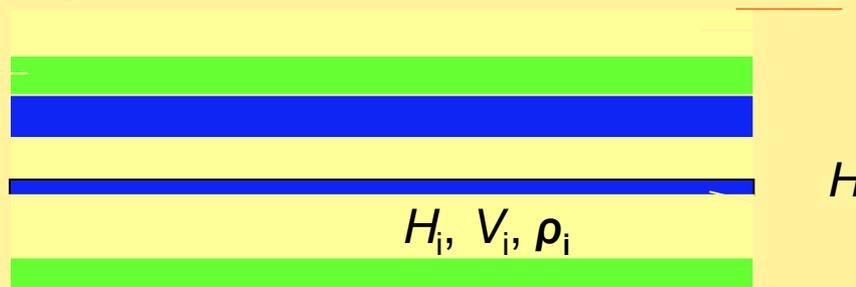
$$C_{44} = \rho V_S^2$$

# МЕТОД БЭЙКУСА И ФОРМУЛА СРЕДНЕГО ВРЕМЕНИ

Формула среднего времени

$$V_{av} = \frac{H}{\sum_{i=1}^N \frac{h_i}{V_i}}$$

Волна проходит пачку слоев со скоростью  $V$



$$H = \sum_{i=1}^N h_i$$

Метод Бэйкуса

$$V_{Backus} = \sqrt{\frac{H^2 \left( \sum_{i=1}^N \frac{h_i}{\rho_i V_i^2} \right)}{\sum_{i=1}^N \rho_i h_i}}$$

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ КОЛЛЕКТОРОВ

# ЭТАПЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ КОЛЛЕКТОРА



Построение модели коллектора



Параметризация модели коллектора



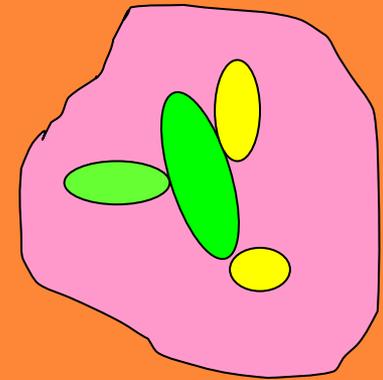
Выбор метода расчета эффективных физических свойств по параметрам модели и их расчет (прямая задача)



Исследование чувствительности модели к ее параметрам



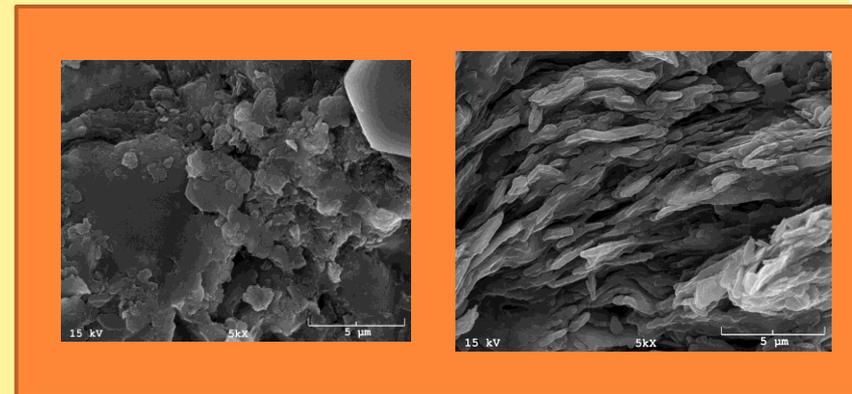
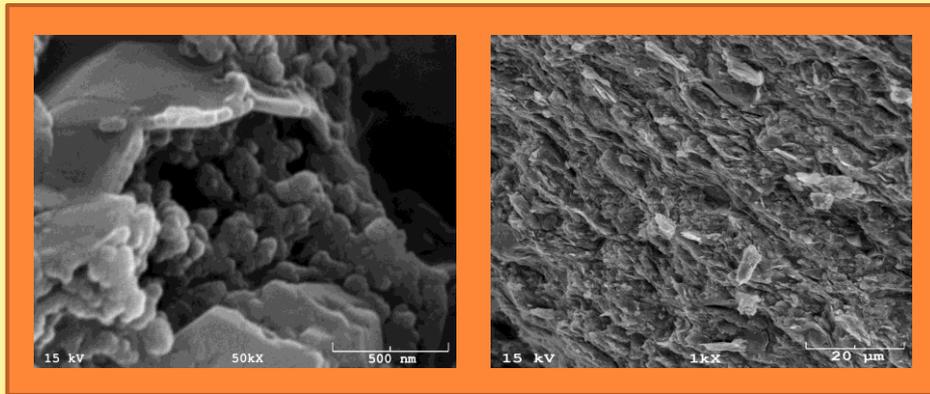
Решение обратной задачи по определению параметров модели и корректировка модели в случае необходимости



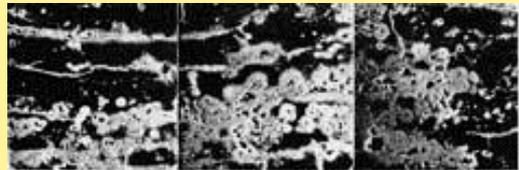
# ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛИ КОЛЛЕКТОРА – ОТ МЕЛКИХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ К КРУПНЫМ

## Этапы построения модели коллектора

1. Лабораторные исследования микроструктуры (3D микросканер, электронный микроскоп, шлифы) – от нанометров до миллиметров



2. Визуальное изучение образцов керна

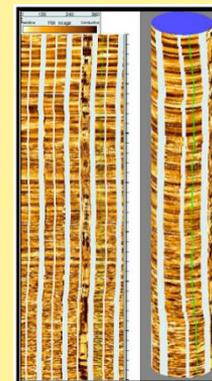


# ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛИ КОЛЛЕКТОРА – ОТ МЕЛКИХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ К КРУПНЫМ

## Этапы построения модели коллектора

### 3. Изучение коллектора на масштабах работ ГИС

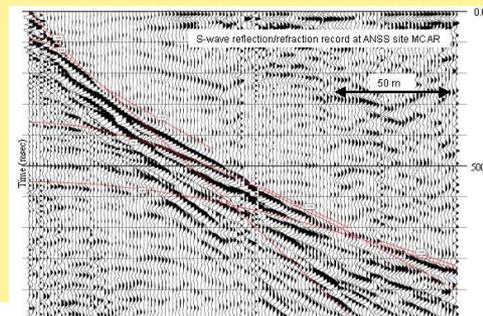
использование данных FMI каротажа  
(Formation MicroImager)



дипольного акустического каротажа  
( $V_p$ ,  $V_{s1}$ ,  $V_{s2}$ )



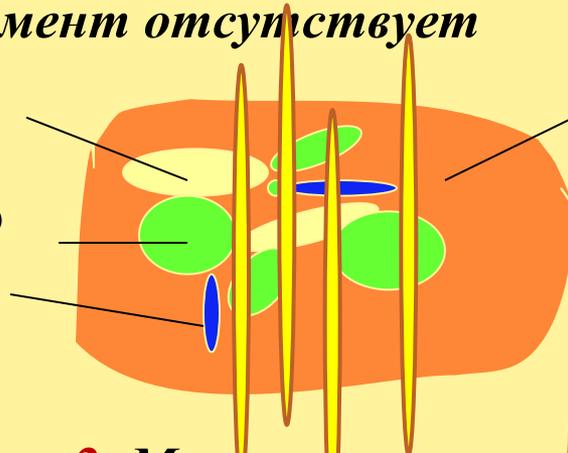
### 4. Изучение коллектора на масштабах работ ВСП и наземной сейсмики



# МОДЕЛИ КОЛЛЕКТОРОВ

**Модель 1.** Минеральные зерна контактируют друг с другом, цемент отсутствует

Поры, трещины, частицы твердого вещества (матрицы)

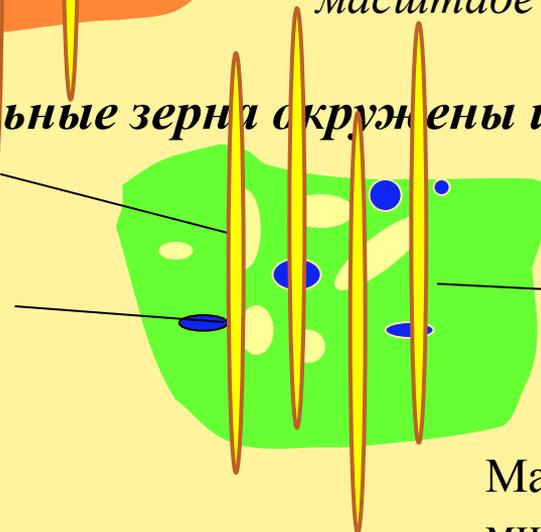


Карбонатный коллектор масштаб измерений в скважине

Терригенные коллекторы, карбонатные коллекторы на масштабе образца

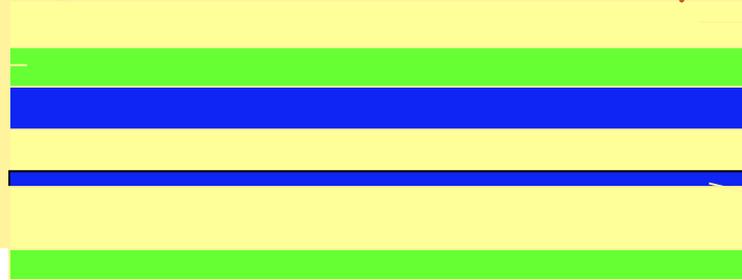
**Модель 2.** Минеральные зерна окружены цементом

Поры, трещины, частицы твердого вещества (матрицы)



Цемент

**Модель 3.** Слоистые среды



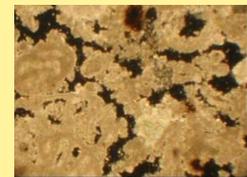
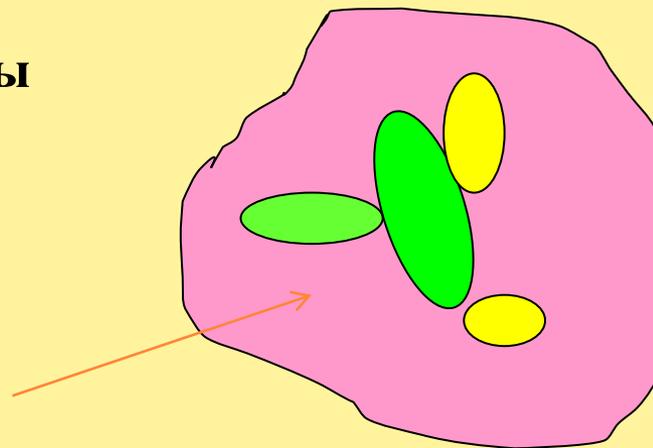
Матрица состоит из минеральных зерен, остатков органического вещества, капиллярной и связанной жидкости и изолированных пустот

# ПАРМЕТРИЗАЦИЯ МОДЕЛЕЙ

*Модель карбонатного коллектора на масштабе образца*

## Параметры модели

1. Физические свойства матрицы
2. Форма трещин и пор
3. Характер связи трещин и пор



«Тело сравнения»

$X^* = F(\text{свойства компонент, пористость, форма и ориентация пустот, свойства тела сравнения})$

$$X^* = \langle X(I - gX')^{-1} \rangle \langle (I - gX')^{-1} \rangle^{-1},$$

$$X' \equiv X - X^c$$

# ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА

**Прямая задача:** определить для модели с заданными параметрами макроскопические свойства (или эффективные свойства) – одно решение

**Обратная задача:** определить по измеренным макроскопическим свойствам параметры модели – решение может быть и НЕ ОДНО



# МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛЕЙ

- 1. Использование численных методов нелинейной оптимизации (минимизируется расхождение между измеренными и теоретическими значениями)**

*Получают одно решение, которое обеспечивает минимум невязки между экспериментальными и теоретическими значениями.*

- 2. Построение N-мерных сеток (N – число параметров модели), в узлах которых решена прямая задача, а узлы являются набором параметров модели**

*Сетка рассчитывается один единственный раз для модели среды. По измеренным значениям находятся узлы, параметры которых обеспечивают заданное расхождение (много решений, по которым строятся статистические характеристики).*

- 3. Использование нейронных сетей**

*Метод требует обширной базы данных («свойства – внутренняя структура породы»), в которой находят свойства, близкие к измеренным и определяет возможную внутреннюю структуру.*

# ЧТО ТАКОЕ НЕЛИНЕЙНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ

$$\Psi(Unknowns) = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{P_{\text{exp}} - P_{\text{theor}}(Unknowns)}{P_{\text{exp}}} \right]^2$$

Нормировка дает возможность использовать измерения различных физических величин  $P$  (скоростей, электропроводности, теплопроводности)

Задача может быть недоопределенной: число неизвестных больше, чем число измерений

На неизвестные параметры модели (*Unknowns*) накладываются ограничения, полученные из других информационных источников

Нелинейная оптимизация с ограничениями

Способ «подбора» решения

# ПРИМЕНЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

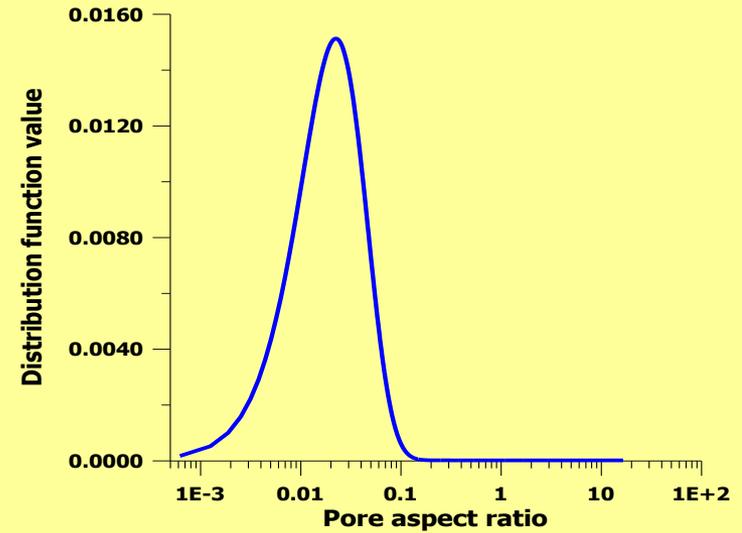
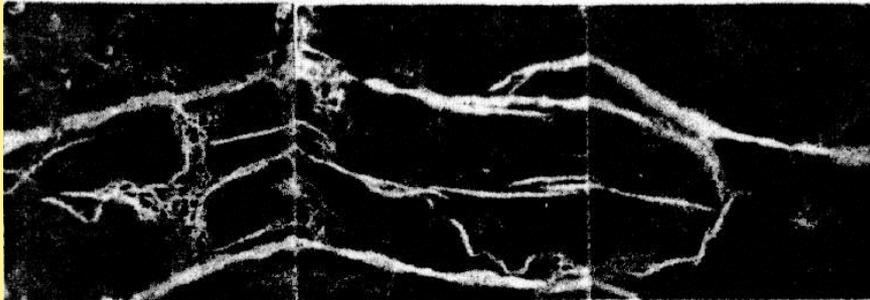
**Нелинейная оптимизация (применяется, когда есть качественная информация о строении коллектора)**

**Последовательность решения обратной задачи по определению параметров модели коллектора**

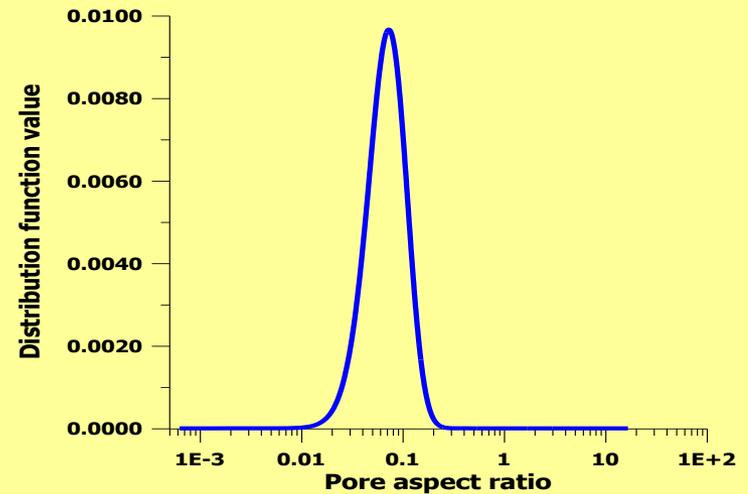
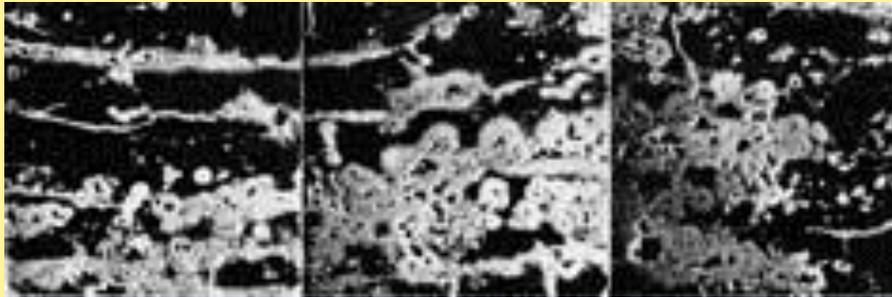
- ✓ измерение физических свойств (для анизотропных сред – в различных направлениях)
- ✓ построение модели коллектора, его параметризация и разработка блока решения прямой задачи
- ✓ Применение методов нелинейной оптимизации с ограничениями на искомые параметры
- ✓ сравнение физические свойств, рассчитанных по оптимальным параметрам модели с измеренными физическими свойствами и корректировка модели коллектора в случае необходимости

# Примеры решения обратных задач для пород-коллекторов

Пористость = 1.2%

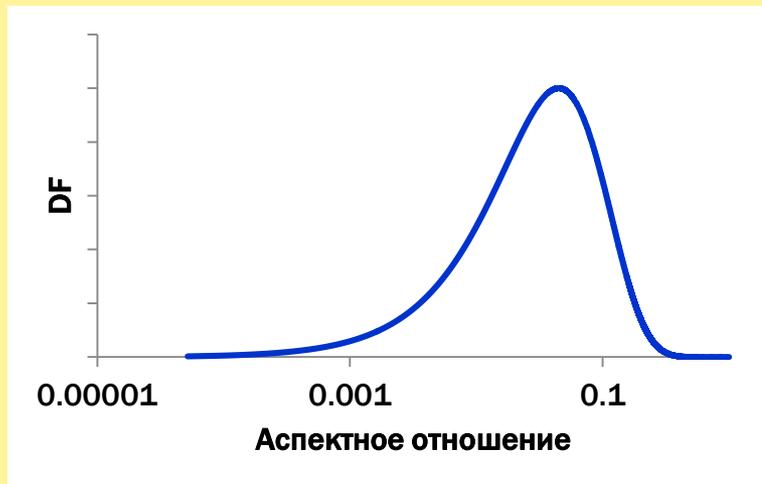


Пористость = 5.8%

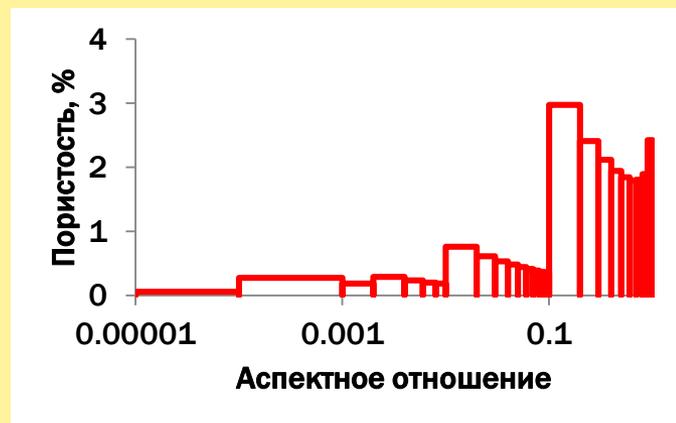
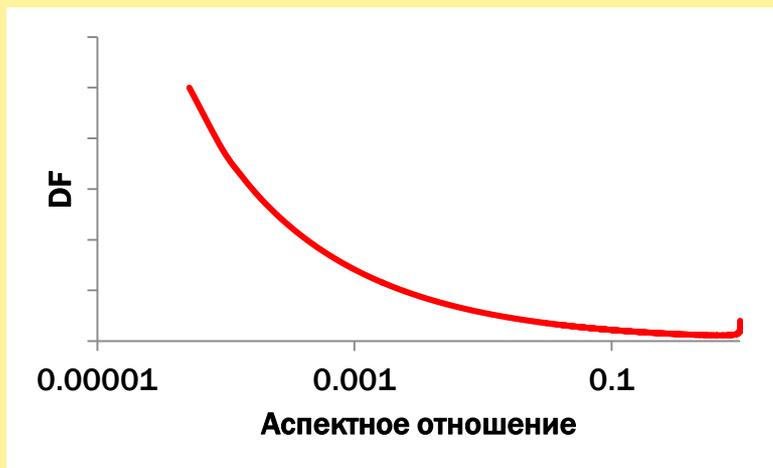
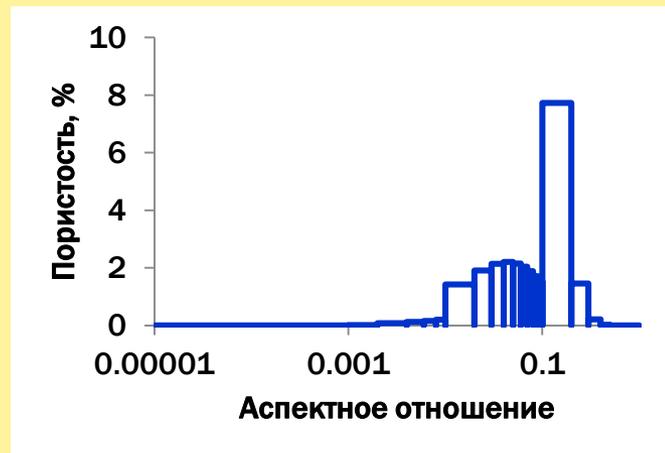


# Описание геометрии пор и трещин с помощью Бэта-распределения

Функция распределения

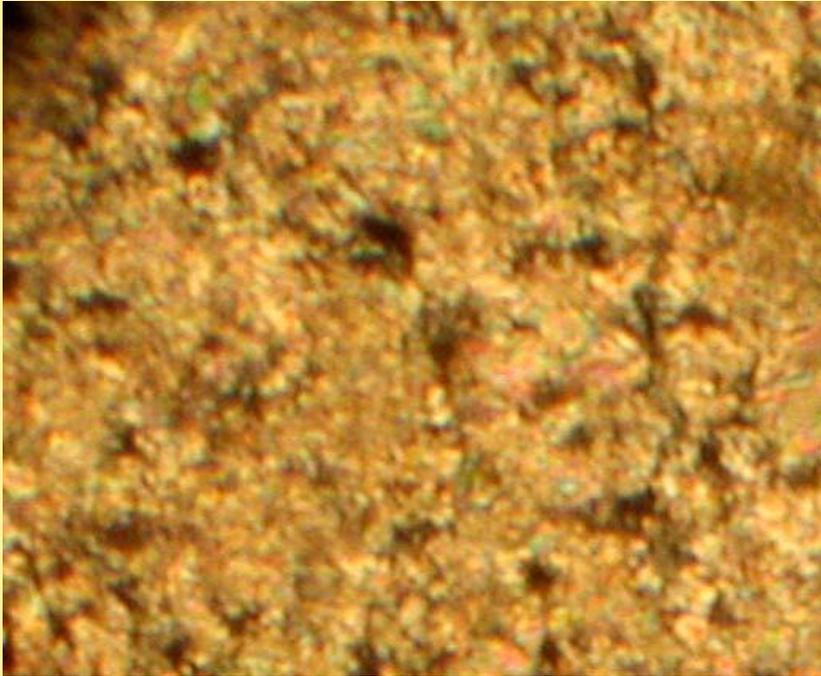


Гистограмма распределения пористости по интервалам аспектного отношения



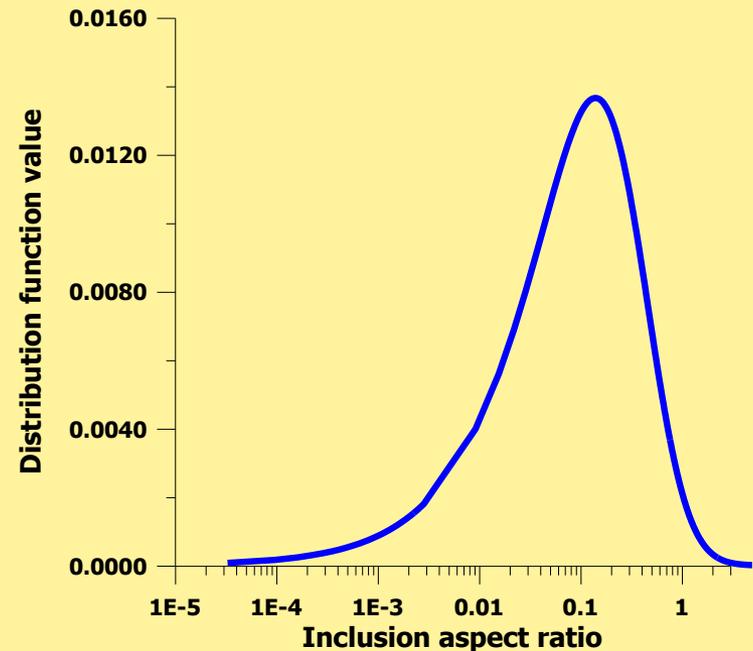
$$\int DF(\alpha)d\alpha \approx \sum DF(\alpha_i)\Delta\alpha_i = \text{Пористость}$$

# ОРГАНОГЕННАЯ КАРБОНАТНАЯ ПОРОДА (ЧИКСУЛУБ)



**Porosity = 14%**

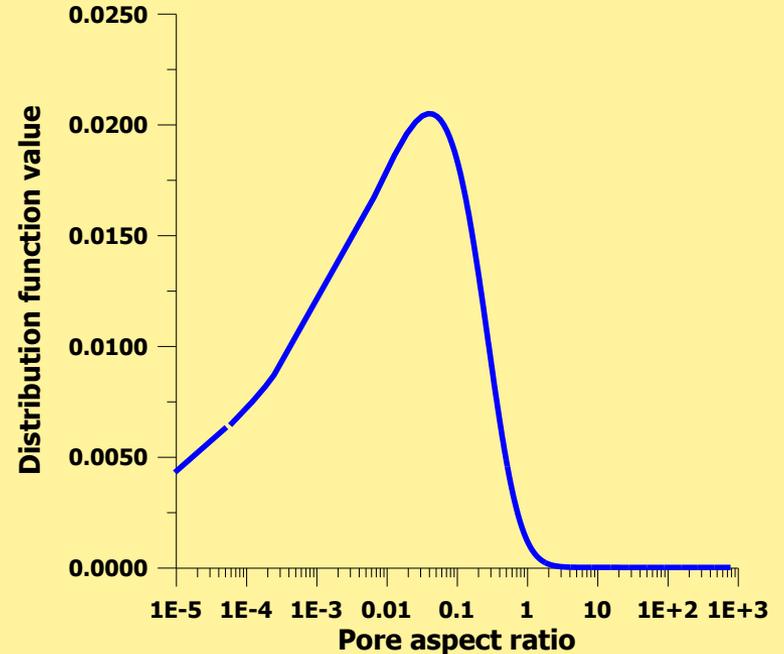
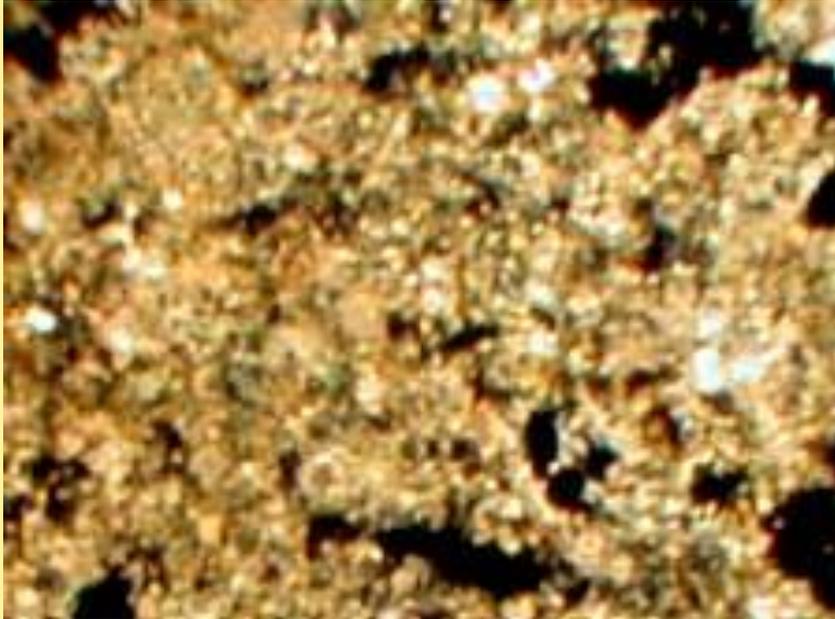
**Depth = 624.59 m**



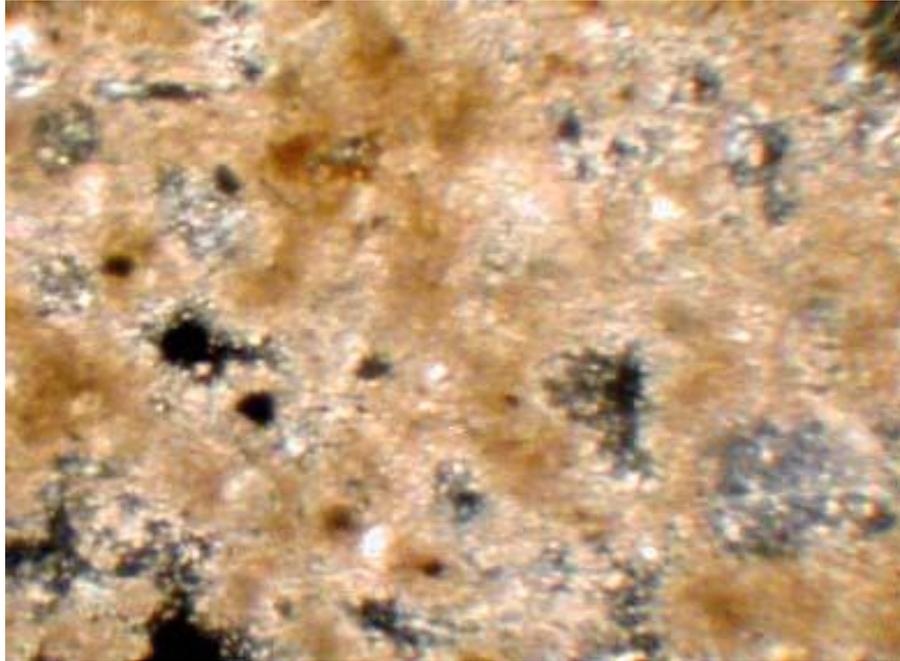
# Органогенная карбонатная порода (Чиксулуб)

Porosity = 37%

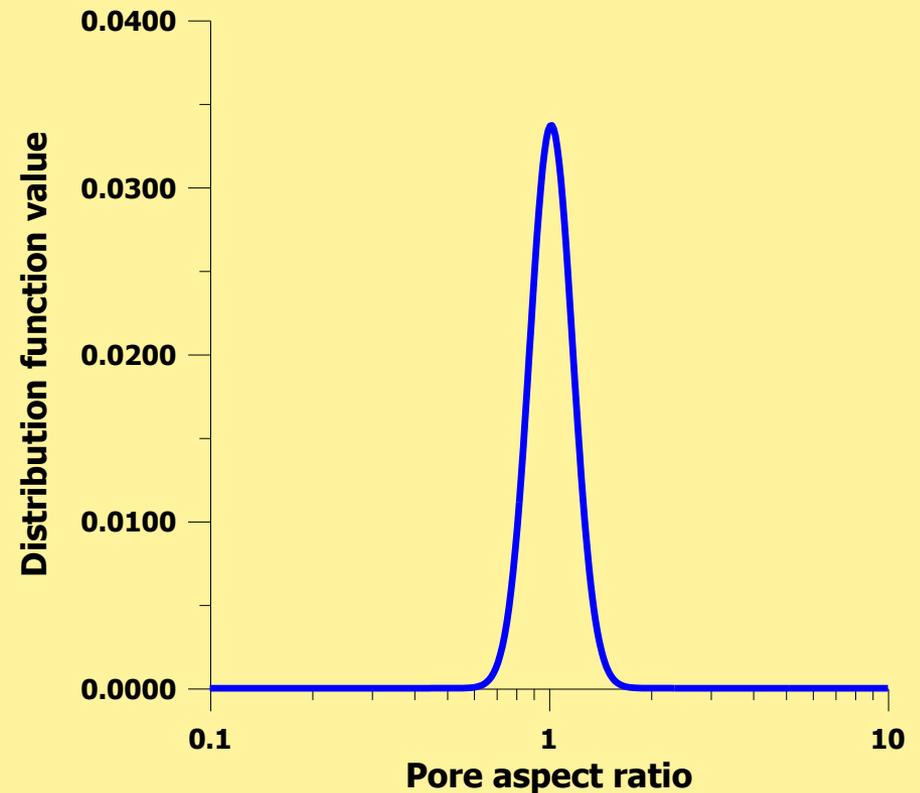
Depth = 478.36 m



# Органогенная карбонатная порода (Чиксулуб)



Porosity = 14%  
Depth = 486.3 m



# АЛГОРИТМ ПРОГНОЗА «НЕИЗМЕРЯЕМЫХ» СВОЙСТВ ЧЕРЕЗ «ИЗМЕРЯЕМЫЕ»

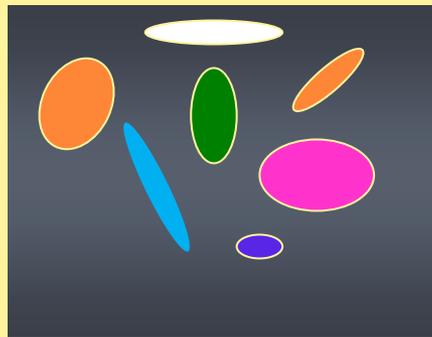
Измерения  $V_p$  (и  $V_s$ ),  
электропроводности,  
пористости и  
минералогического  
состава



Решение обратной задачи по  
определению геометрии  
порового пространства

*(Bayuk, Popov, Parshin, SCA, 2011):  
Определение геометрии порового  
пространства по данным о  
теплопроводности*

*Прогноз теплопроводности по  
скоростям упругих волн и(или)  
электропроводности)*



*(Bayuk, Chesnokov, Physics and  
Chemistry of the Earth,  
1998): (расчет упругих свойств,  
электропроводности,  
проницаемости на основе единой  
модели породы)*

*(Chesnokov, Bayuk, Metwally, SEG,  
2010)*

*Прогноз упругих и тепловых  
свойств по данным о  
проницаемости*

Гидравлическая  
проницаемость,  
Теплопроводность

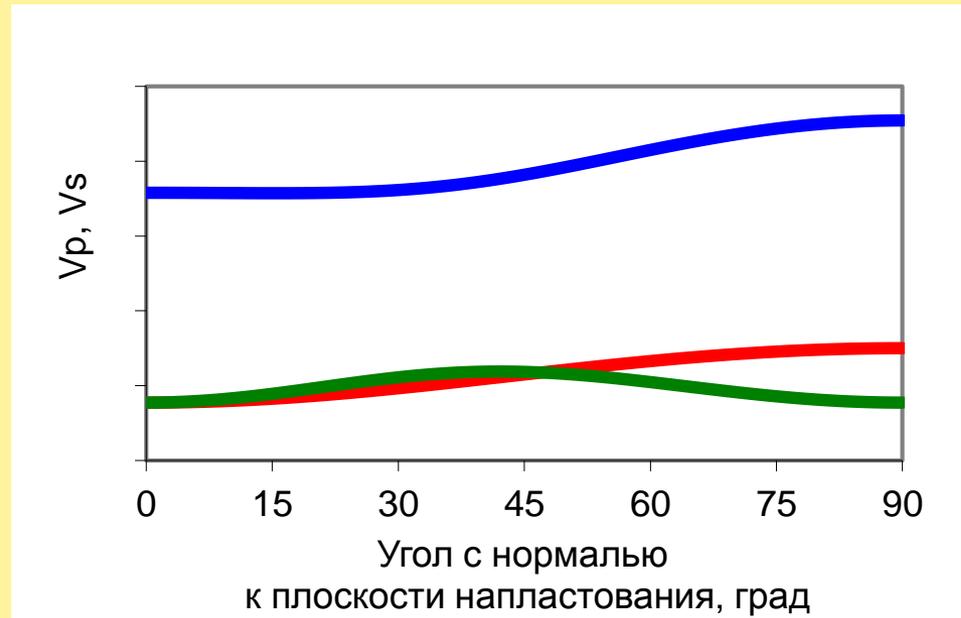
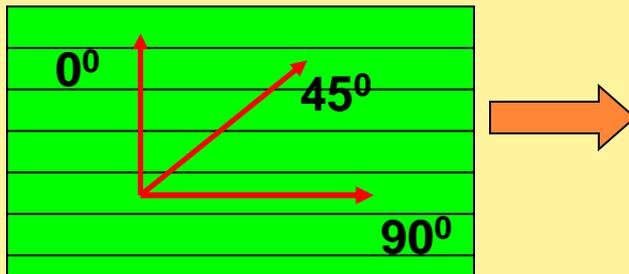
**МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ЭФФЕКТИВНЫХ  
ФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ  
ГЛИНИСТЫХ СЛАНЦЕВ  
(SHALES)**

**Определение тензора  
упругости глинистого  
сланца по ограниченному  
числу измерений**

# КЛАССИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ТЕНЗОРА УПРУГОСТИ ГЛИНИСТОГО СЛАНЦА

Тензор упругости определяется по измерениям скоростей в направлениях, составляющих  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ , and  $90^\circ$  относительно плоскости напластования

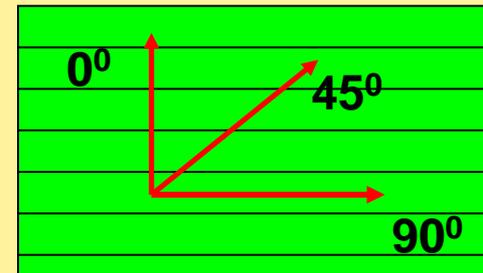
**VTI**



5 независимых констант:  $C_{11}$ ,  $C_{33}$ ,  $C_{44}$ ,  $C_{66}$ ,  $C_{13}$  и плотность определяют  $V_p$ ,  $V_{s1}$ , and  $V_{s2}$  в любом направлении

# Проблемы с использованием классического подхода

- Маленький размер образцов – не возможности измерить для  $45^{\circ}$



- Повышенное затухание поперечных волн в направлении перпендикулярно напластованию из-за плохого акустического контакта

# АЛЬТЕРНАТИВНЫЙ ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ТЕНЗОРУ УПРУГОСТИ ГЛИНИСТЫХ СЛАНЦЕВ

- Используя экспериментальные данные о скоростях, плотности и минеральном составе, в результате решения обратной задачи (инверсии) с помощью ТЭС получаем

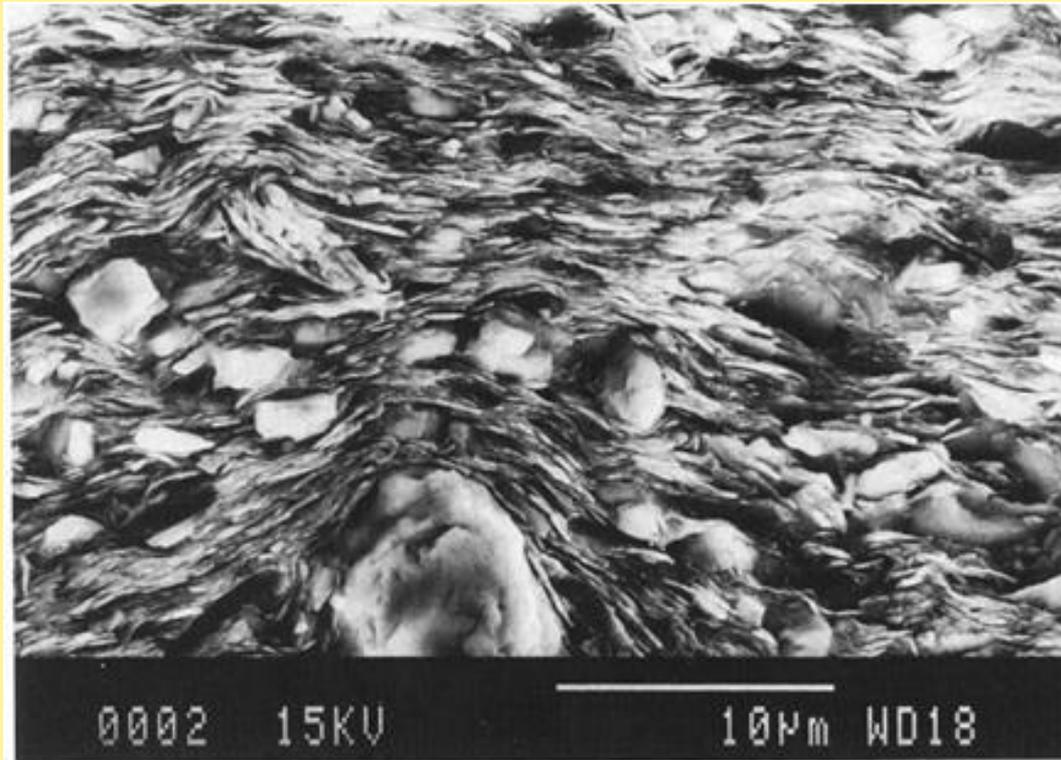
## ПАРАМЕТРЫ МИКРОСТРУКТУРЫ

(ориентация глинистых частиц, форма пустот и степень их связности)

$$\Psi(\text{Unknowns}) = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{V_{\text{exp}} - V_{\text{theor}}(\text{Unknowns})}{V_{\text{exp}}} \right]^2$$

- **Результат:** тензор упругости породы (получен в результате инверсии по оптимальным параметрам)

# ВНУТРЕННЕЕ СТРОЕНИЕ ГЛИНИСТОГО СЛАНЦА



Фотография глинистого  
сланца Киммеридж,  
полученная на  
сканирующем  
электронном микроскопе  
(Hornby et al. 1994)

# ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ГЛИНИСТОГО СЛАНЦА

## Этап 1. Глинистый минерал с измененными свойствами в присутствии воды

Глинистый минерал с измененными свойствами в присутствии воды



Глинистый минерал

Глина в горной породе (Sayers, 2005)

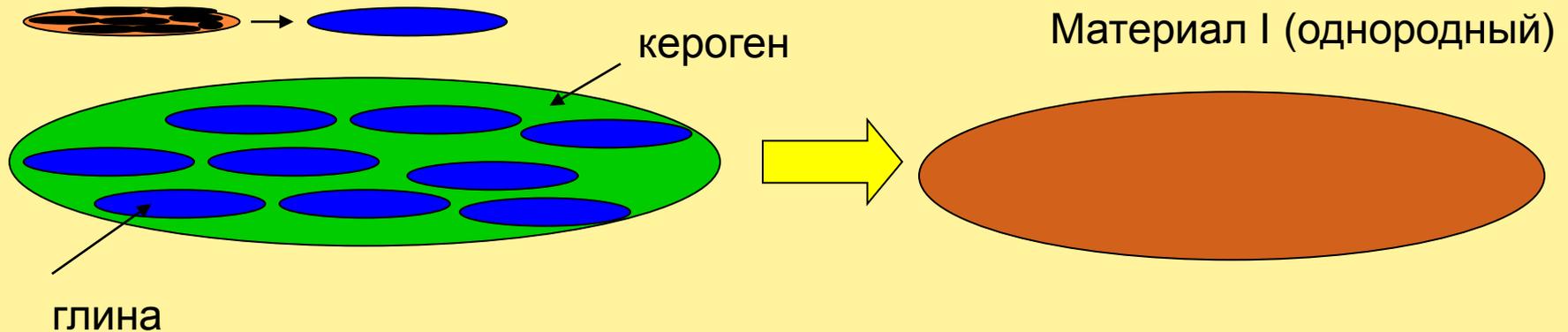


$C_{ijkl}$  (глинистый минерал)  $\neq$

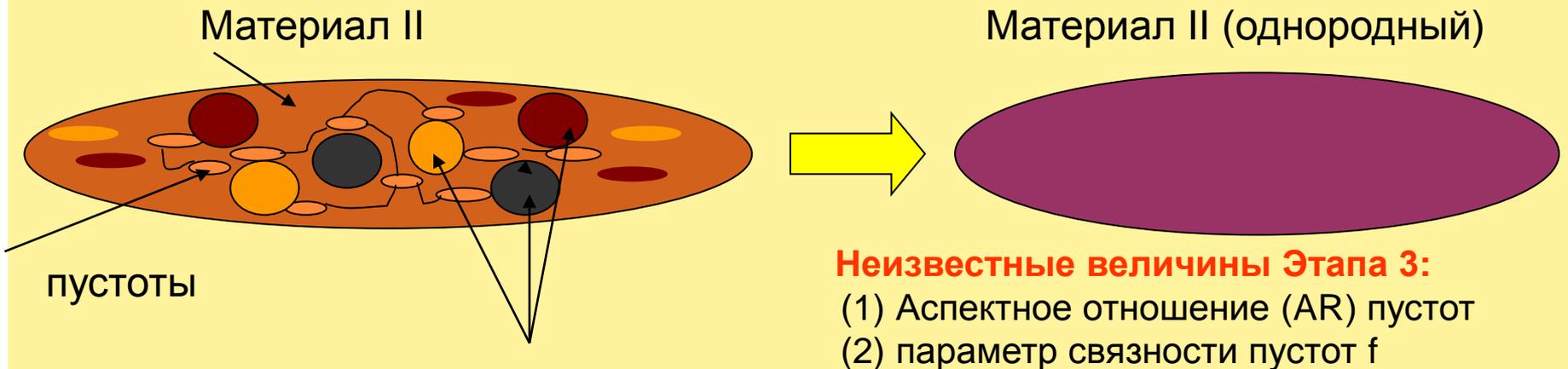
$C_{ijkl}$  (монокристалл глинистого минерала)

# ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ГЛИНИСТОГО СЛАНЦА

Этап 2. Внесение пластин глины в керогеновую матрицу



Этап 3. Внесение пустот и минералов алевритистой фракции в Материал I



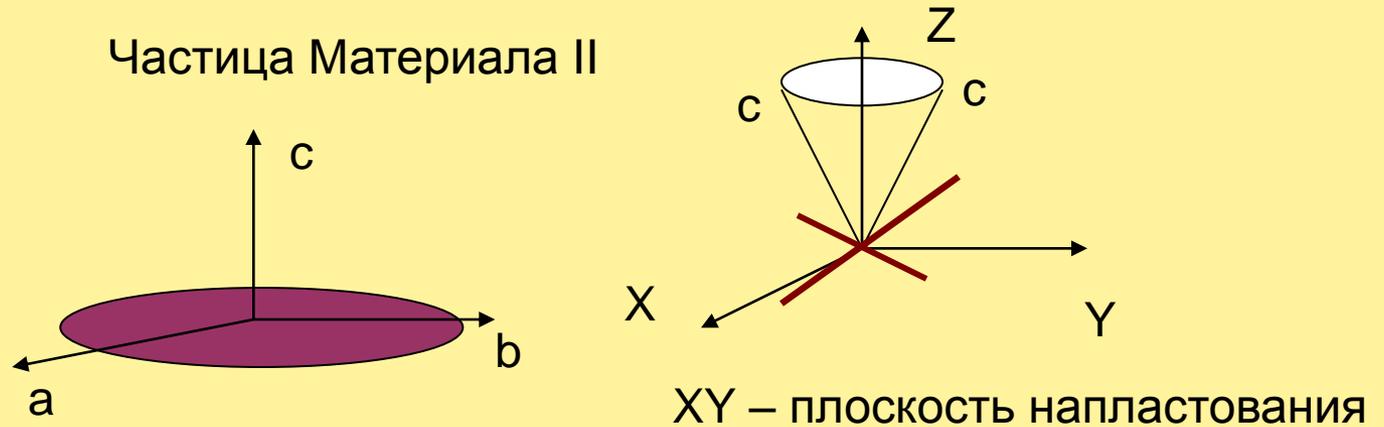
**Неизвестные величины Этапа 3:**

- (1) Аспектное отношение (AR) пустот
- (2) параметр связности пустот  $f$

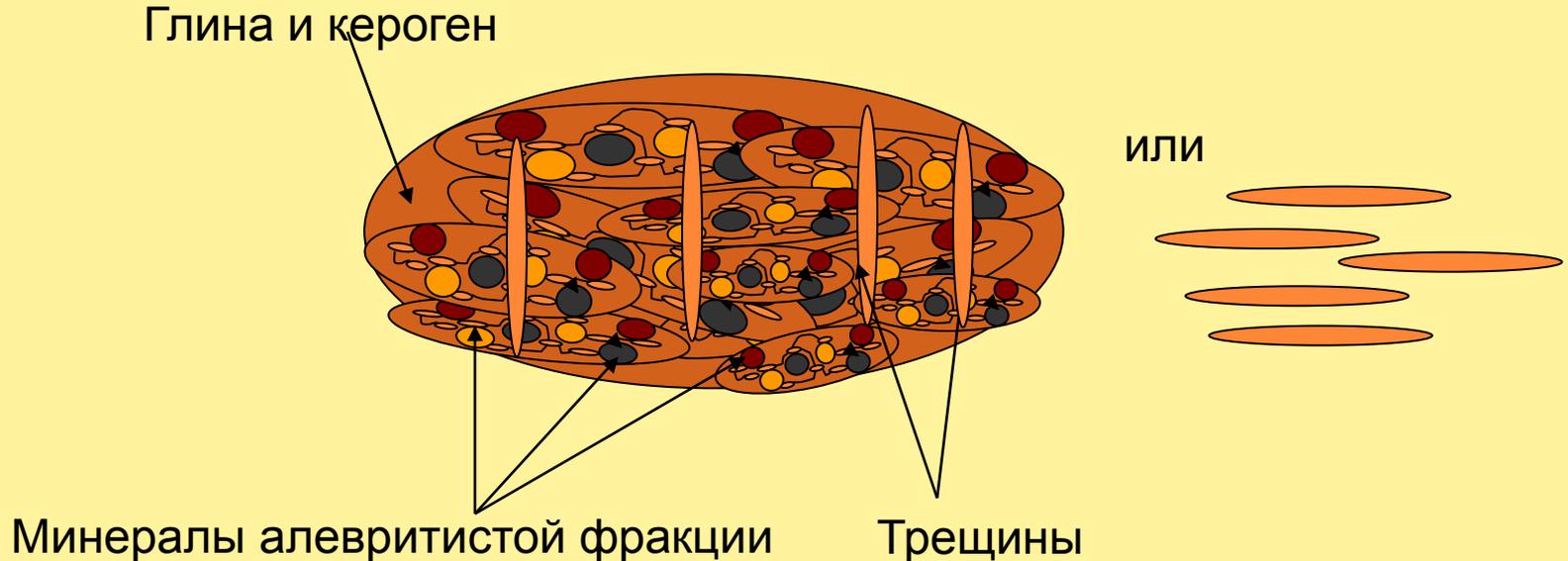
Алевритистые минералы кварц, кальцит, доломит, etc.)

# ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ГЛИНИСТОГО СЛАНЦА

Стадия 4. Вращение частиц Материала II вокруг вертикальной оси



Стадия 5. Внесение дополнительных систем трещин



# Блок-схема Решения Обратной Задачи

## Исходные данные:

Лабораторные измерения скоростей, пористости, плотности и минерального состава



Решение обратной задачи по определению параметров модели



## Параметры модели:

- (1) AR пустот
- (2) параметр связности пустот  $f$
- (3) угол конуса вращения осей глинистых частиц («Гауссова сигма»)
- (4) AR дополнительной системы трещин
- (5) объемная концентрация дополнительной системы трещин

На каждой итерации обратной задачи решается прямая задача с текущими значениями искомых параметров

# Тестирование Методики Определения Тензора Упругости Глинистых Сланцев

## Greenhorn Shale (Jones & Wang, 1981)

Тензор упругости получен по стандартной методике  
по измерениям скоростей в трех направлениях и  
плотности

### **Минеральный состав:**

кварц – 53%

полевошпат – 11%

пирит – 9%

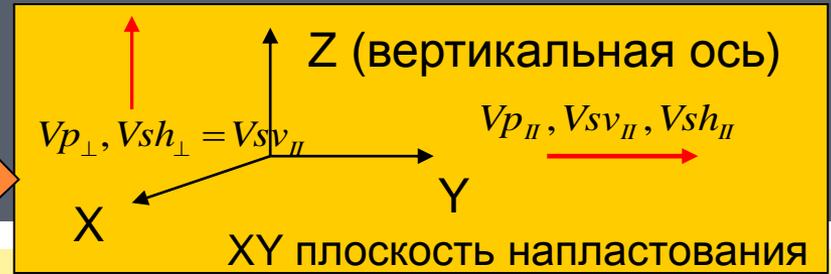
глинистые минералы – 27%

Глинистые минералы: иллит (36%), смектит (34%),  
каолинит (17%) и хлорит (13%).

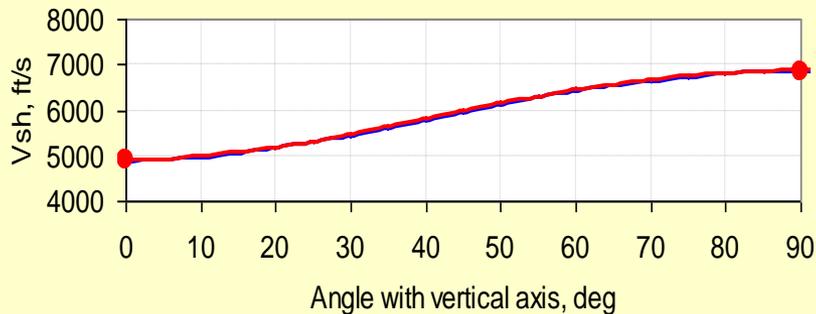
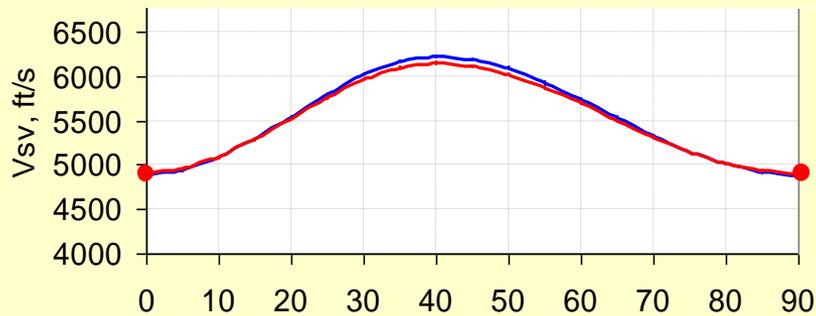
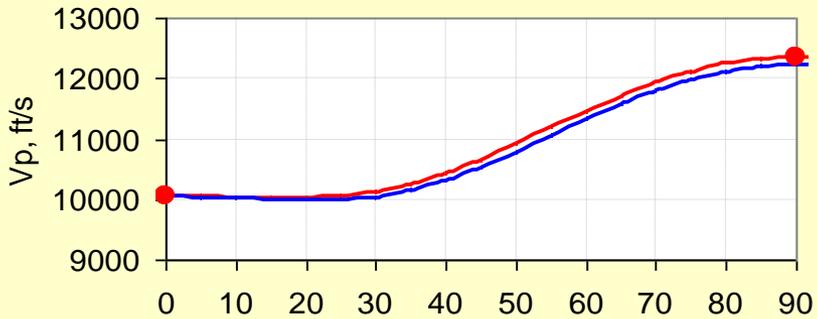
# Тестирование

Greenhorn shale (Jones & Wang, 1981)

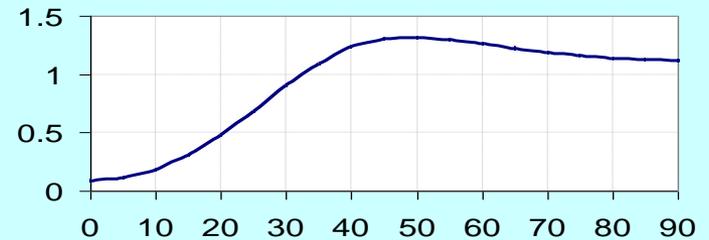
$C_{ij}$  и плотность известны



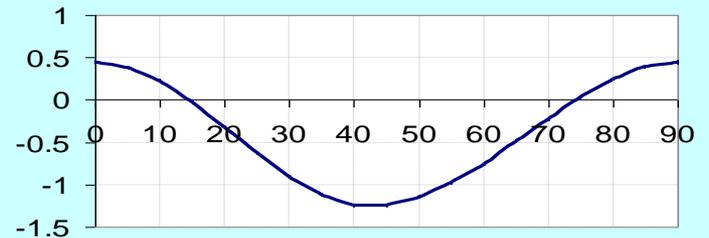
● Exp — — — — — Calc



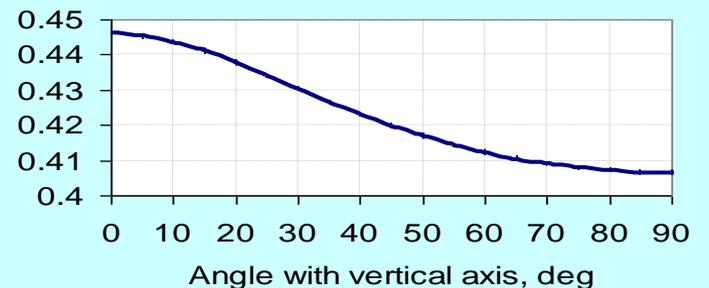
Error in  $V_p$ , %



Error in  $V_{sv}$ , %

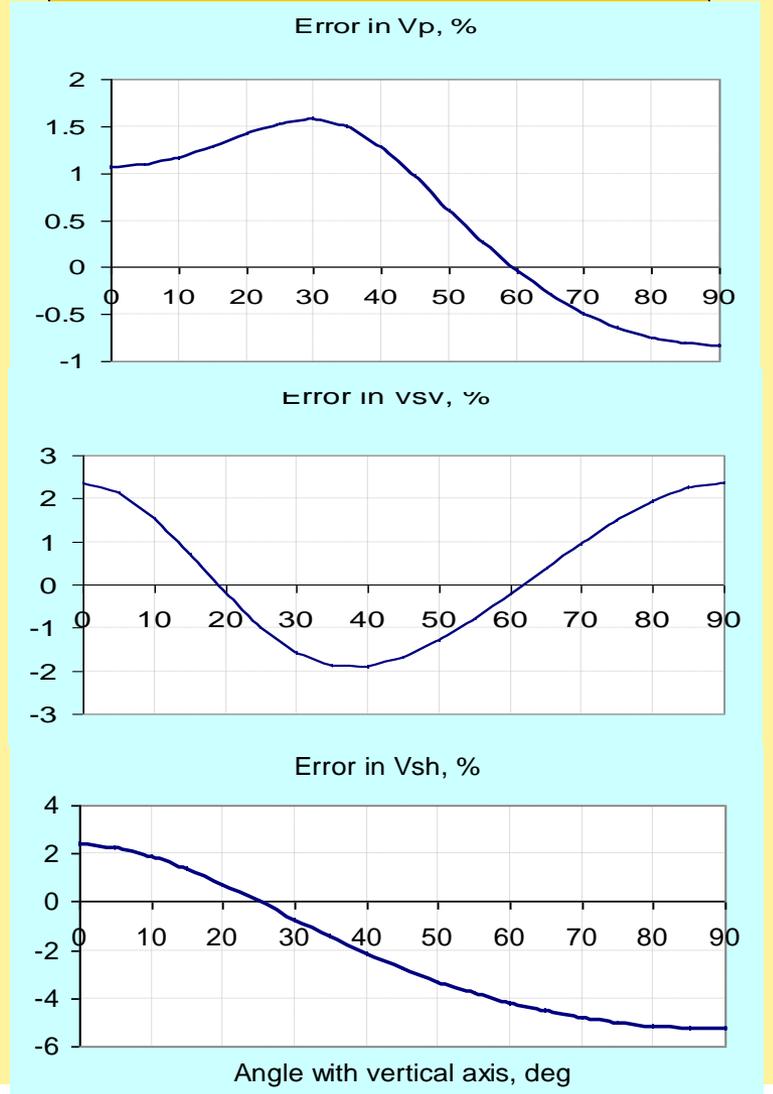
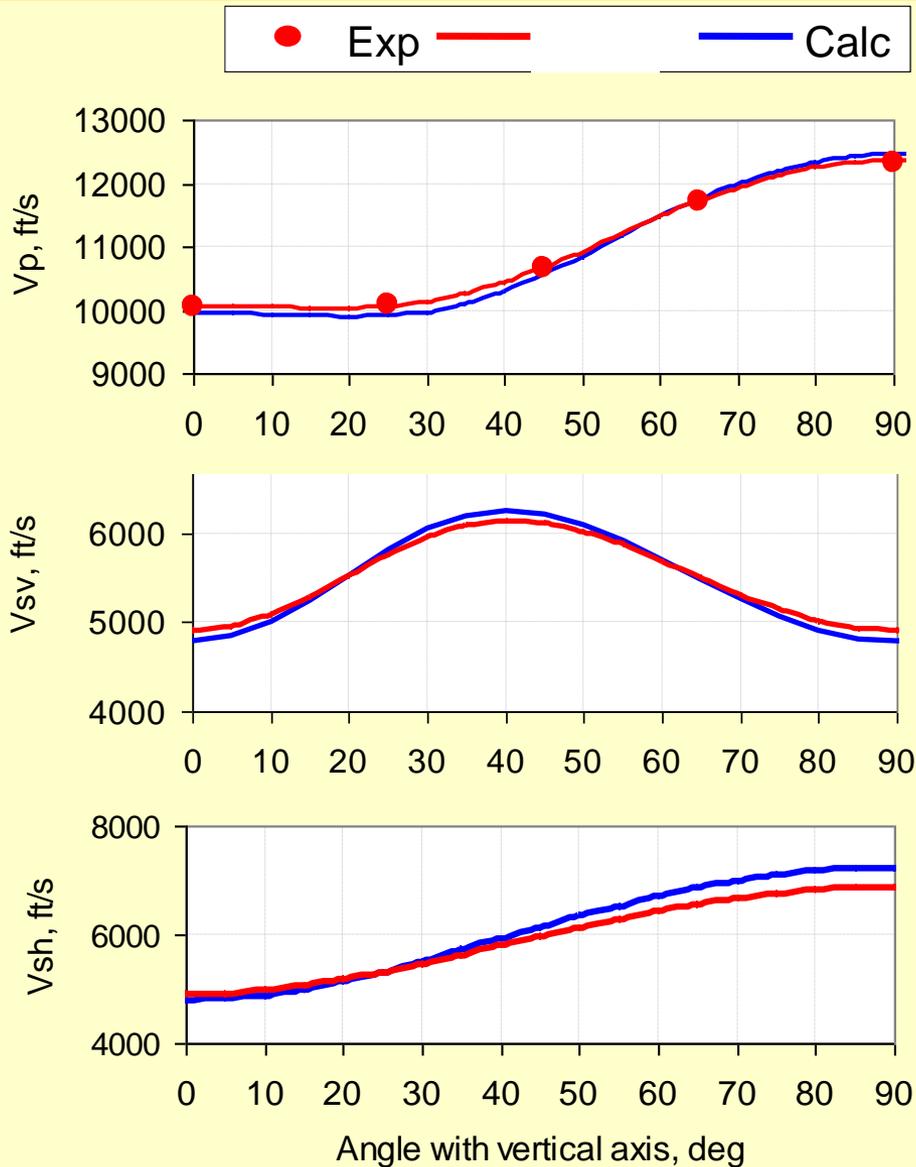
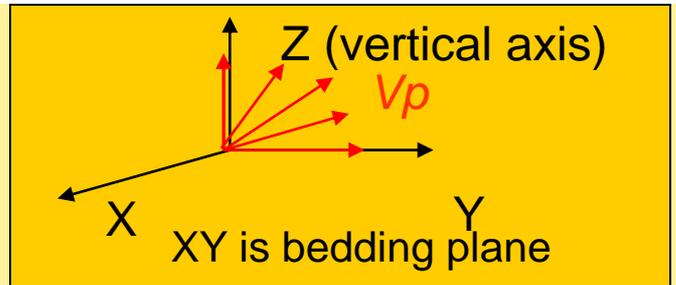


Error in  $V_{sh}$ , %



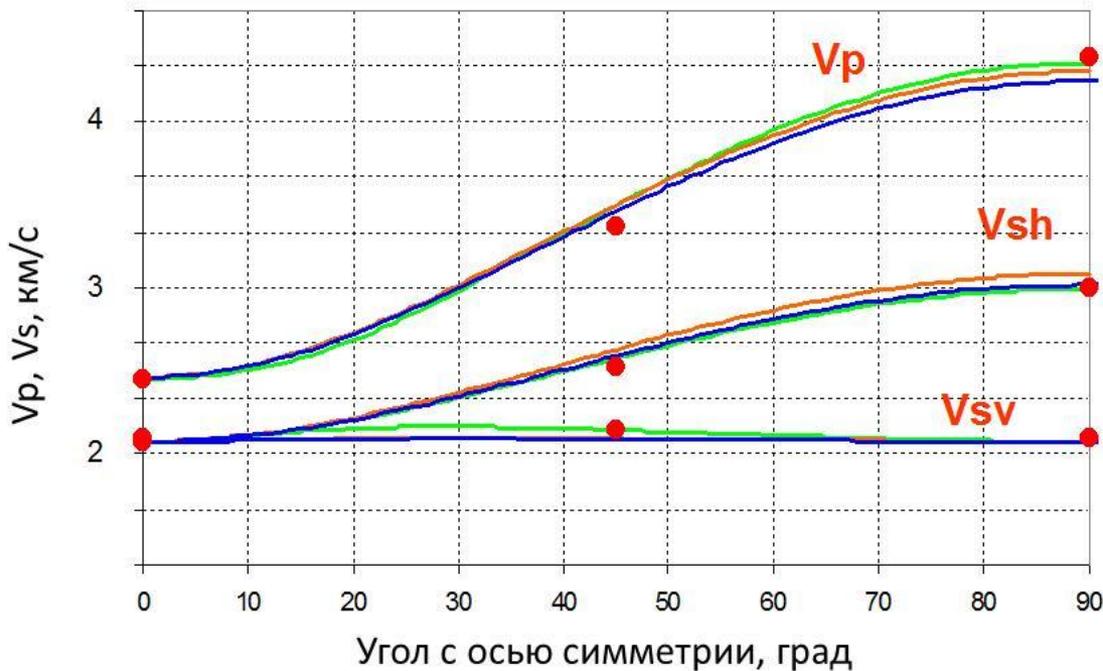
# Тестирование

Greenhorn shale (Jones & Wang, 1981)



# Тестирование

Глинистый сланец формации Барнетт



**Минеральный состав**

Кварц – 40%  
Кальцит – 30%  
Иллит – 30%  
(ориентирован)

**Красные значки** – данные эксперимента

**Зеленые кривые** - скорости, полученные по стандартной методике

**Синие линии** – по методике, основанной на теории эффективных сред по тем же измерениям скоростей

**Оранжевые кривые** – скорости, определенные по методике, основанной на теории эффективных сред, но только по скоростям вдоль и перпендикулярно напластованию

# Тестирование

## Woodford Shale

### Минеральный состав

Кварц – 43.1%

Альбит – 4.7%

Пирит – 1.9%

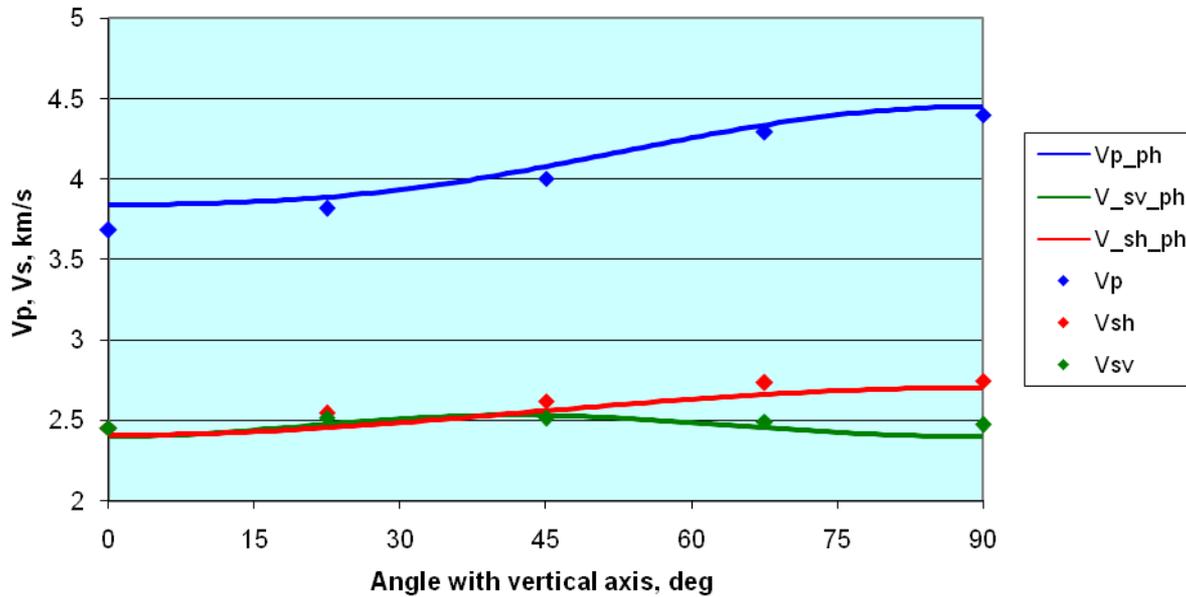
Кальцит – 10.3%

Мусковит/иллит – 2.2% (ориентирован)

Глина (иллит/смектит) – 37.8% (хаотическая ориентация)

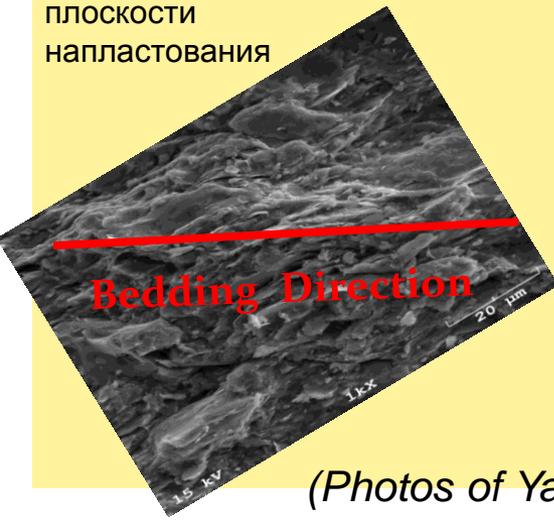
# Результаты Инверсии. Woodford Shale

Woodford Shale (W29)

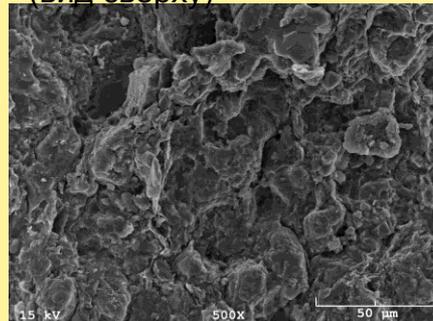


Все измеренные скорости использованы для ТЭС-инверсии

Вид сбоку плоскости напластования



Плоскость напластования (вид сверху)



## Параметры микроструктуры (ТЭС-инверсия)

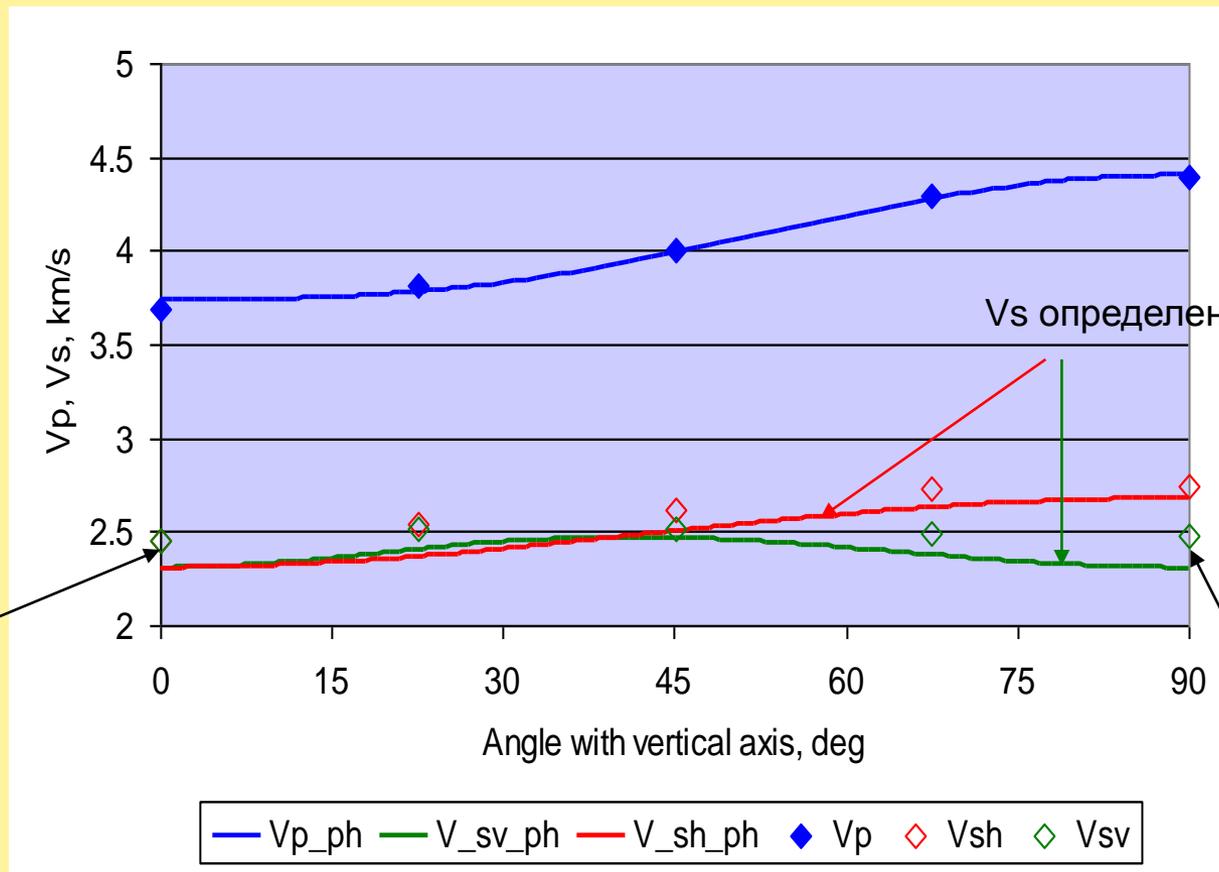
Органическое вещество=3.8%  
Параметр связности пустот = 0.3  
AR пор = 0.01  
Объемная концентрация пор = 4.9%  
«Гауссова Сигма»=  $11^0$   
Горизонтальные трещины= 0.01%  
AR горизонтальных трещин=0.009

(Photos of Yasser Mohamed)

# ТЭС-инверсия только по $V_p$

Органическое  
вещество=2%  
Параметр связности  
пустот = 0.6  
AR пор = 0.03  
Объемная концентрация  
пор = 4.2%  
«Гауссова Сигма»= 11.6<sup>0</sup>  
Горизонтальные  
трещины= 0.01%  
AR горизонтальных  
трещин=0.01

Woodford Shale

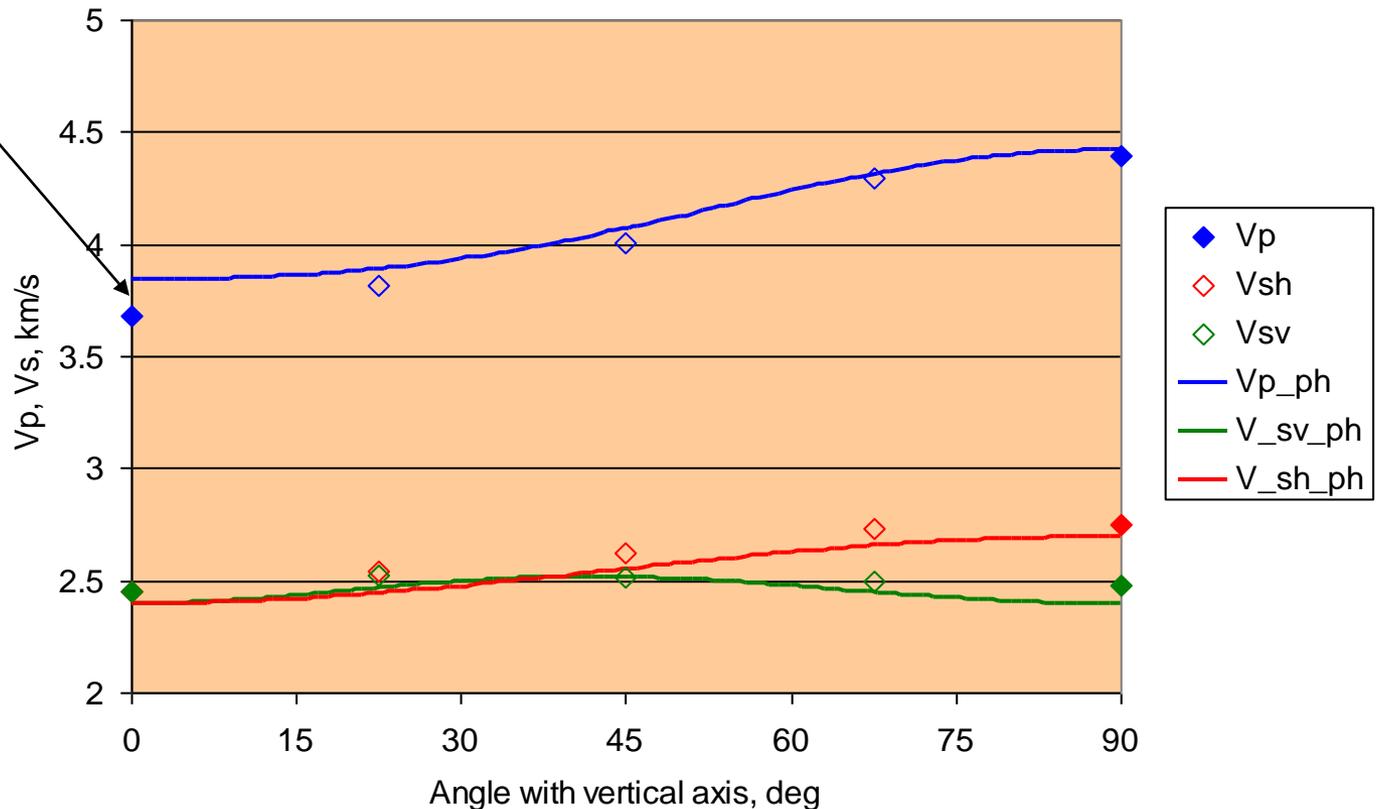


Для ТЭС-инверсии использованы только скорости, показанные знаками, заполненными цветом

# ТЭС-инверсия только по $V_p$ и $V_s$ , измеренным вдоль и поперек напластования

## Woodford Shale

Разница 4%

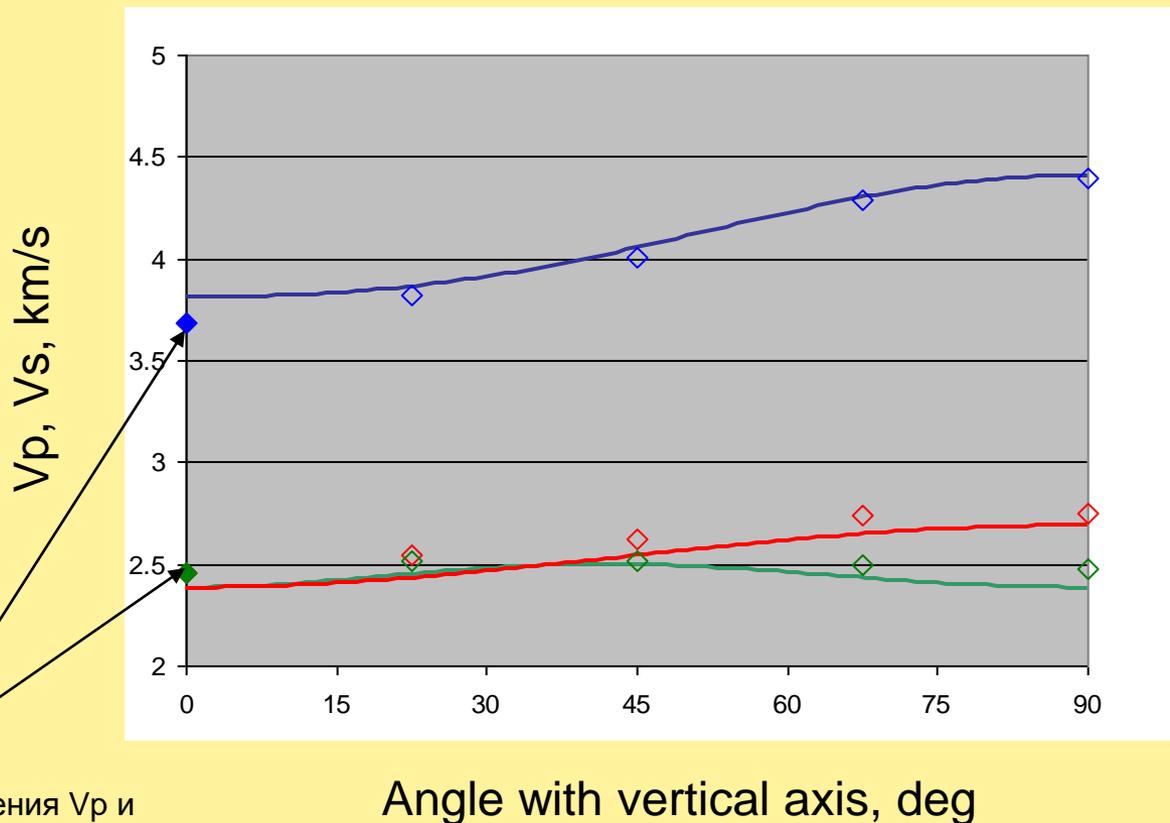


Органическое вещество=3%  
Параметр связности пустот = 0.3  
AR пор = 0.01  
Объемная концентрация пор = 6%  
«Гауссова Сигма»=  $12^0$   
Горизонтальные трещины= 0.01%  
AR горизонтальных трещин=0.01

Для ТЭС-инверсии использованы только скорости, показанные знаками, заполненными цветом

# ТЭС-инверсия только по $V_p$ и $V_s$ , измеренным перпендикулярно плоскости напластования (аналог данных акустического каротажа)

Максимальная разница в скоростях 3%



Органическое вещество=2%  
Параметр связности пустот = 0.3  
AR пор = 0.01  
Объемная концентрация пор = 6%  
«Гауссова Сигма»=  $13^\circ$   
Горизонтальные трещины= 0.01%  
AR горизонтальных трещин=0.01

Только эти значения  $V_p$  и  $V_s$  использованы для ТЭС-инверсии

Angle with vertical axis, deg

# Сравнение Компонент Тензора Упругости, Полученных Различными Методами

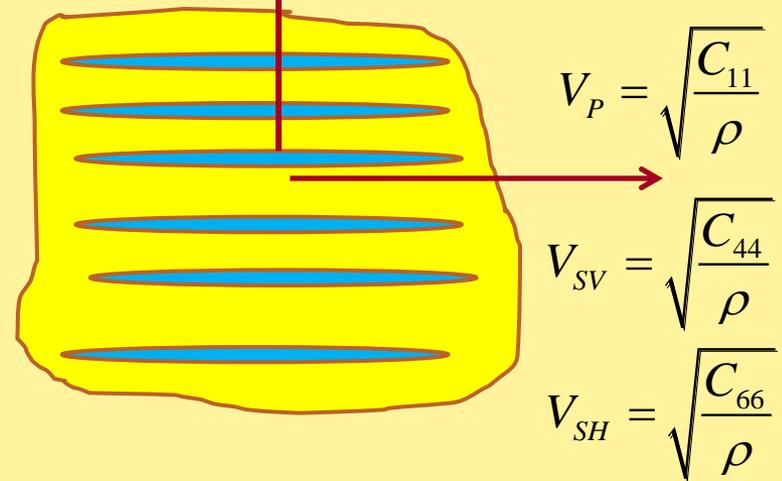
	<b>C11</b>	<b>C33</b>	<b>C44</b>	<b>C66</b>	<b>C13</b>	$\epsilon$	$\gamma$	$\delta$
<b>Классический подход (по уравнению Грина-Кристоффеля)</b>	48.64	34.61	15.38	18.97	8.27	0.20	0.12	0.15
<b>ТЭС-инверсия по полному набору <math>V_p</math> и <math>V_s</math>, необходимому для классического подхода</b>	52.73	36.17	15.37	19.64	11.15	0.17	0.14	0.07
<b>ТЭС-инверсия только по <math>V_p</math></b>	51.57	37.08	15.40	19.09	10.89	0.20	0.17	0.06
<b>ТЭС-инверсия по <math>V_p</math> and <math>V_s</math> в направлениях <math>0^\circ</math> и <math>90^\circ</math> относительно напластования</b>	52.25	39.00	15.35	19.47	11.20	0.17	0.13	0.08
<b>ТЭС-инверсия по <math>V_p</math> и <math>V_s</math> только перпендикулярно напластованию</b>	51.70	38.61	15.12	19.24	11.19	0.17	0.14	0.07

# ПАРАМЕТРЫ ТОМСЕНА – ХАРАКТЕРИСТИКИ АНИЗОТРОПИИ

## Среда VT1

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{11} - 2C_{66} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{11} - 2C_{66} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}$$

$$V_P = \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}} \quad V_{SV} = V_{SH} = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}}$$



$$\varepsilon = \frac{C_{11} - C_{33}}{2C_{33}}, \quad \gamma = \frac{C_{66} - C_{44}}{2C_{44}}, \quad \delta = \frac{(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{33} - C_{44})^2}{2C_{33}(C_{33} - C_{44})}$$

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕНЗОРА УПРУГОСТИ КОМПОЗИТА «ГЛИНИСТЫЙ МИНЕРАЛ – СВЯЗАННАЯ ВОДА»

Greenhorn shale (Jones & Wang, 1981)

$C_{ij}$  и плотность известны

**Минеральный состав:**

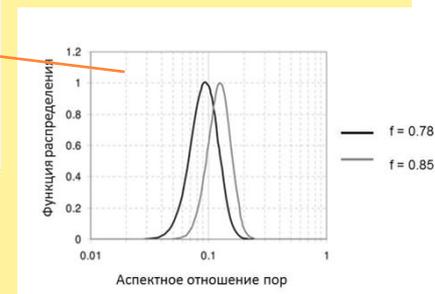
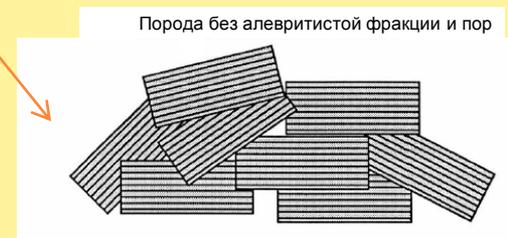
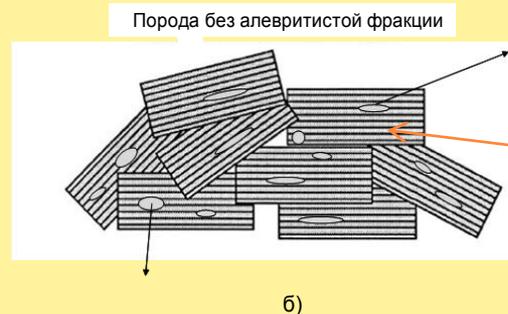
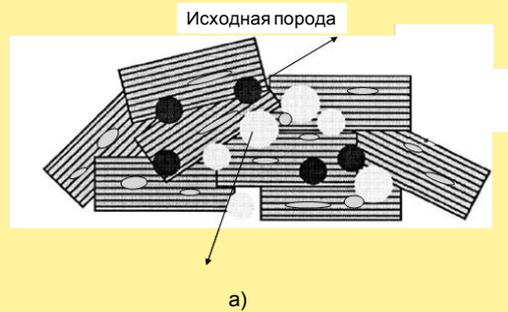
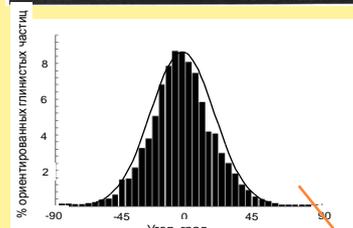
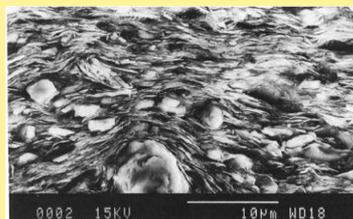
кварц – 53%

полевой шпат – 11%

пирит – 9%

глинистые минералы – 27%

Глинистые минералы: иллит (36%), смектит (34%), каолинит (17%) и хлорит (13%).



Фотография сланца  
и ФРО  
из Hornby et al. 1994

$$\Psi(C_{11}^m, C_{12}^m, C_{13}^m, C_{33}^m, C_{44}^m) = \sum_{ij} \left[ \frac{C_{ij}^e - C_{ij}^t(C_{11}^m, C_{12}^m, C_{13}^m, C_{33}^m, C_{44}^m)}{C_{ij}^e} \right]^2$$

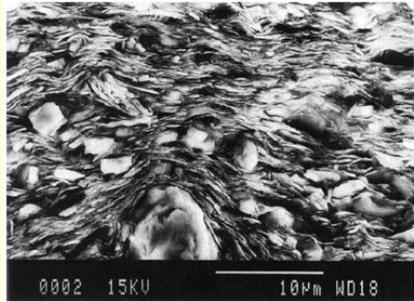
(Bayuk, Chesnokov, Ammerman, Geophysics 2007)

# **ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПОЛНОГО ТЕНЗОРА УПРУГОСТИ ПО ОГРАНИЧЕННОМУ ЧИСЛУ ИЗМЕРЕНИЙ СКОРОСТЕЙ УПРУГИХ ВОЛН**

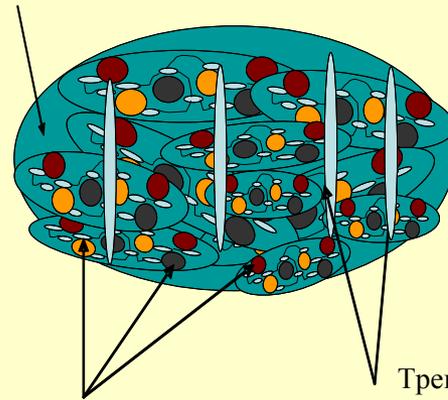


Построение начальной скоростной модели глинистых сланцев (анизотропной и частотно-зависимой) для мониторинга гидроразрыва

# МОДЕЛЬ ГЛИНИСТЫХ СЛАНЦЕВ



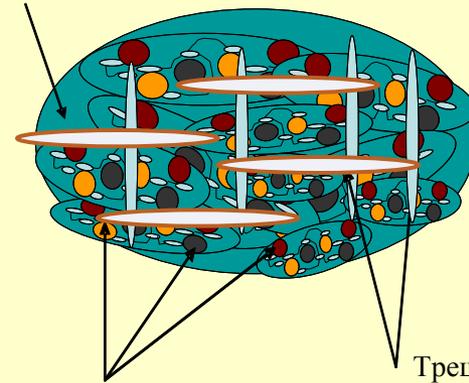
Глинистые минералы



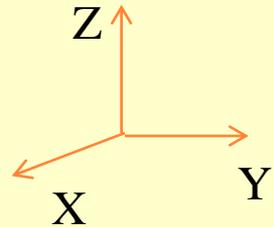
Минералы алевритистой фракции и кероген

Глинистые минералы

ИЛИ



Минералы алевритистой фракции и кероген



(Bayuk, Chesnokov, Ammerman, SEG, 2009)

## Неизвестные параметры модели

- (1) Форма пор и трещин
- (2) Параметр связности пустот
- (3) Параметры ориентации глинистых частиц, трещин, зерен минералов и пор

Параметры определяются  
путем минимизации  
расхождения  
экспериментальных и  
теоретических значений  
скоростей

Расчет по найденным параметрам эффективного тензора упругости, его «апскейлинг» и прогноз скоростей упругих волн в любом заданном направлении

# СРАВНЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ИНВЕРСИИ ТЕНЗОРА УПРУГОСТИ С НЕЗАВИСИМЫМИ ДАННЫМИ

(для продуктивного слоя 2052 – 2137 м)

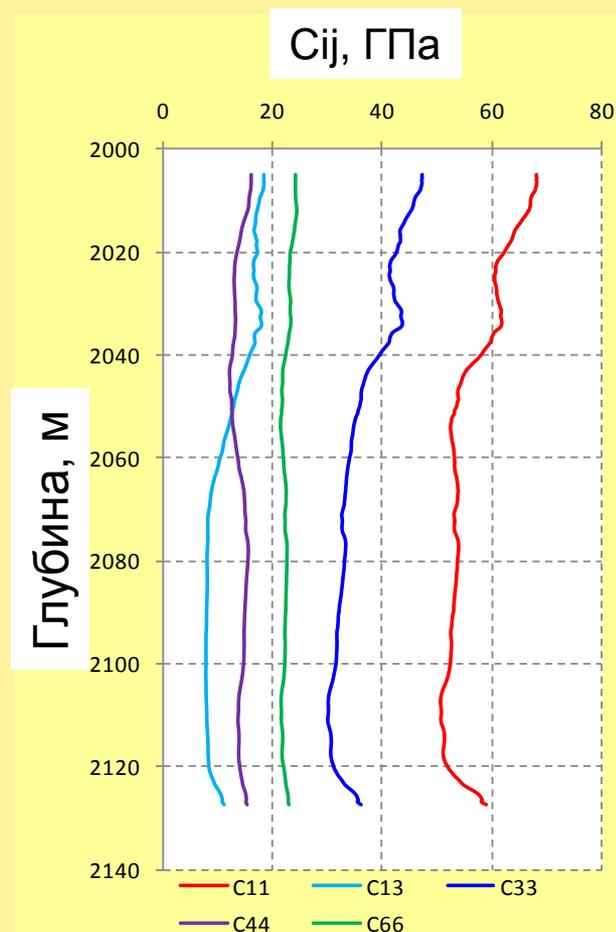
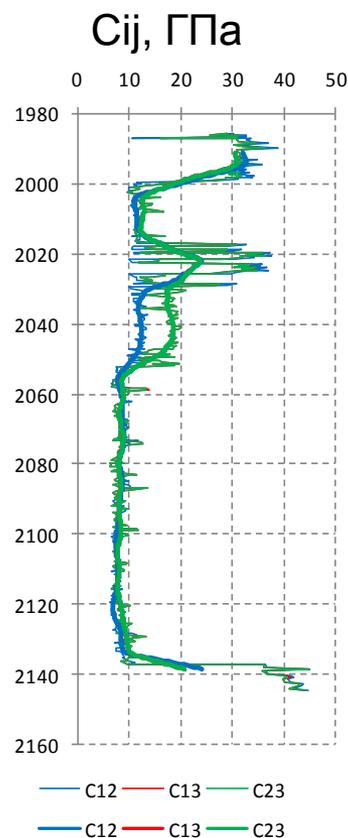
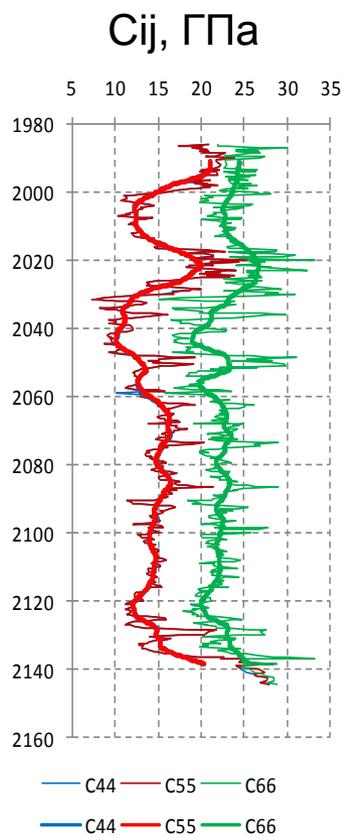
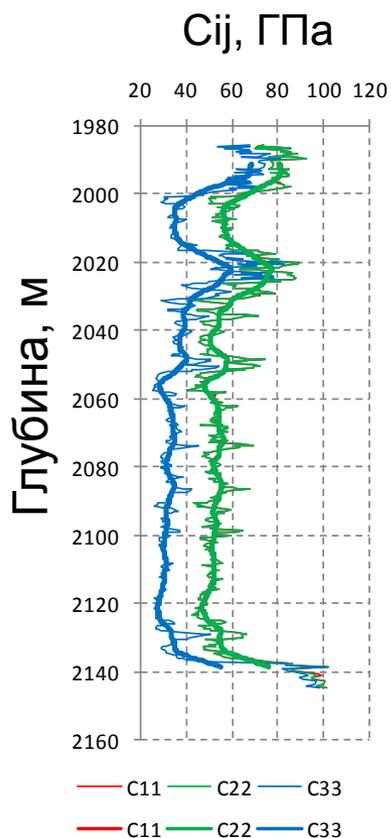
<b>Компоненты тензора упругости</b>	<b>Результаты данного исследования, (компоненты тензора упругости в ГПа)</b>	<b>Результаты работы Walsh et al. (2007), (компоненты тензора упругости в ГПа)</b>
$C_{11}$	53	55
$C_{13}$	8.5	10
$C_{33}$	32	36
$C_{44}$	15	15
$C_{66}$	22	20.5

(Bayuk, Chesnokov, Ammerman, *Geophysical Prospecting*, 2010)

# «АПСКЕЙЛИНГ» СВОЙСТВ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ЧАСТОТ

Частота апскейлинга 500 Гц  
межскважинная томография

Частота апскейлинга 100 Гц  
сейсмика



# «АПСКЕЙЛИНГ» СВОЙСТВ ДЛЯ ЧАСТОТЫ МЕЖСКВАЖИННОЙ ТОМОГРАФИИ

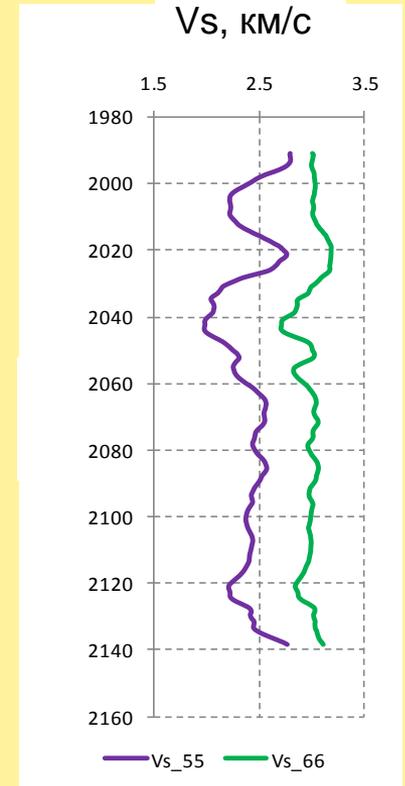
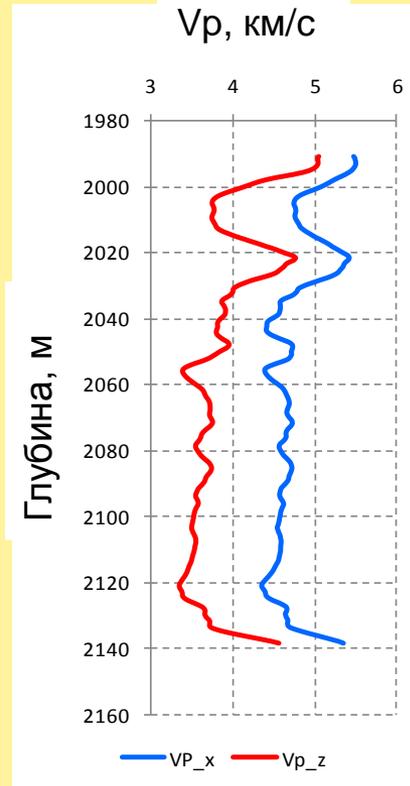
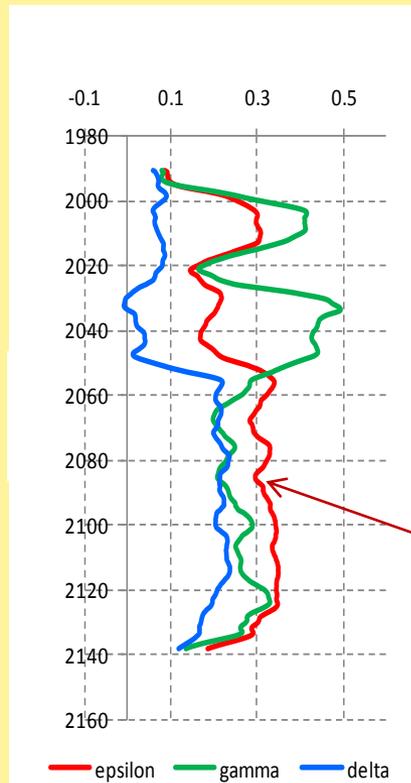
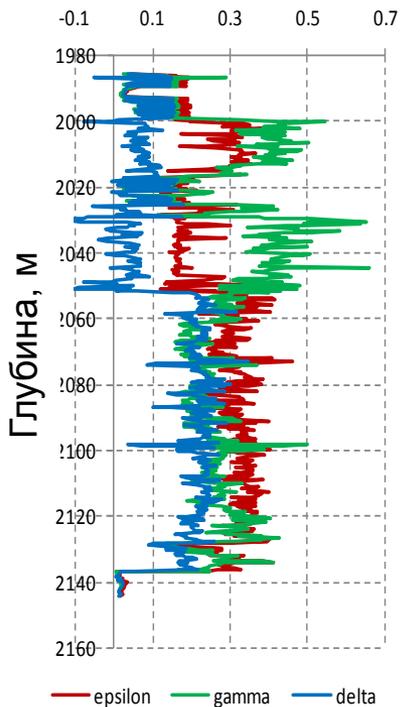
Частота апскейлинга 500 Гц

(Bayuk, Chesnokov, Ammerman, *Geophysical Prospecting*, 2010)

## Параметры Томсена

2 кГц

500 Гц



Индикатор залежи газа  
**2052 – 2137 м**  
epsilon > gamma  
(Chesnokov et al.,  
*Geophysical Journal International*, 2009)

**ЭФФЕКТИВНЫЕ  
УПРУГИХ СВОЙСТВА  
КАРБОНАТНЫХ  
КОЛЛЕКТОРОВ**

**Использование дипольного  
акустического каротажа для  
оценки параметров пор и  
трещин карбонатных  
коллекторов**

*(Баяк, Рыжков, Технологии Сейсморазведки, 3, 2010)*

# Введение в проблему

**Наличие преимущественной ориентации трещин** – залог успешной нефте- и газодобычи

**Субвертикальные трещины** – причина анизотропии карбонатных коллекторов, приводящая к расщеплению поперечных волн

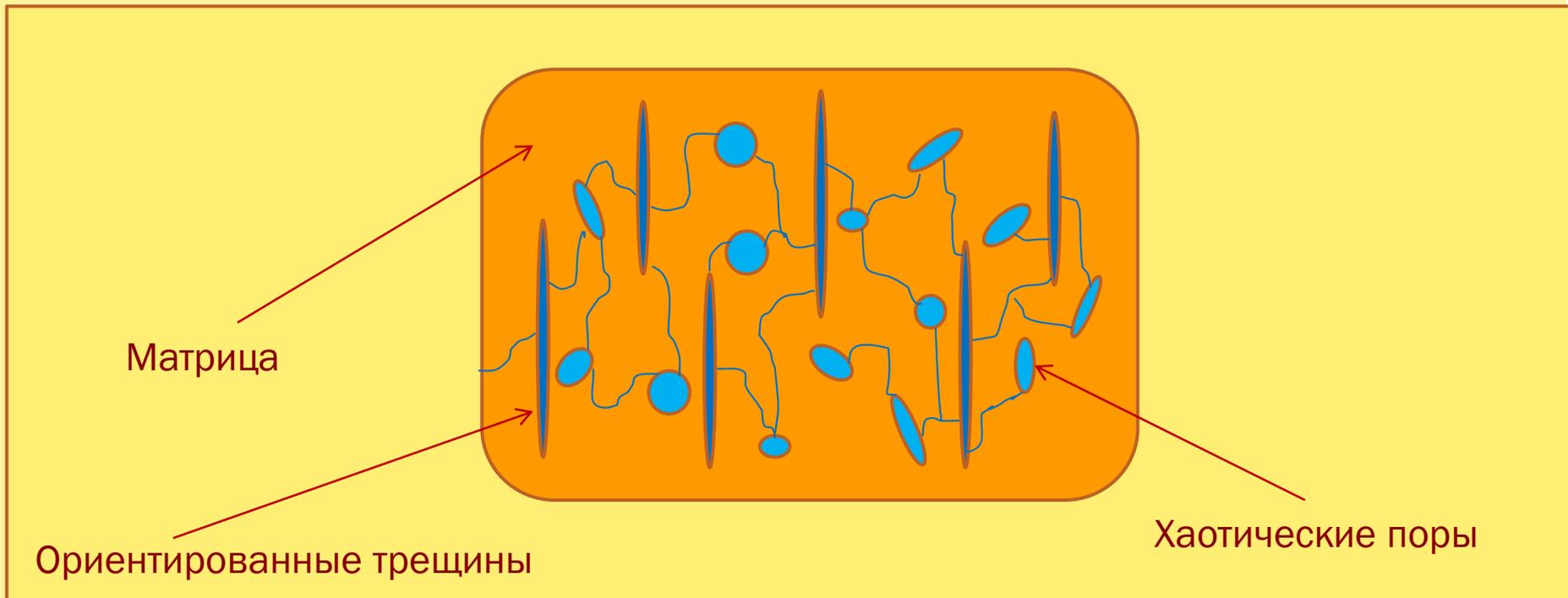
**Дипольный акустический каротаж** – средство обнаружения эффекта расщепления поперечных волн и, как следствие, выявления трещиноватых зон

Знание параметров трещин - **объемной концентрации и формы** - позволяет определять проницаемость коллекторов

**Теория эффективных сред** - ключ к определению параметров трещин по данным ГИС

**Границы применимости метода для наклонных скважин** и какой же выход из положения за границами применимости метода?

# Модель карбонатного коллектора



**Матрица:** минеральные зерна, остатки органического вещества, закрытая и субкапиллярная пористость

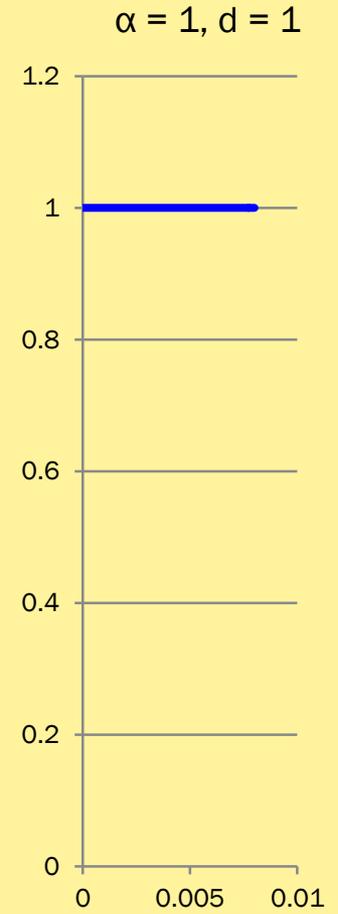
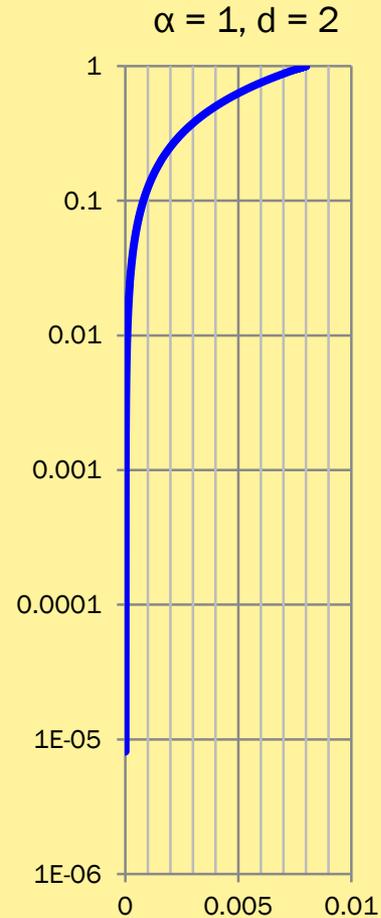
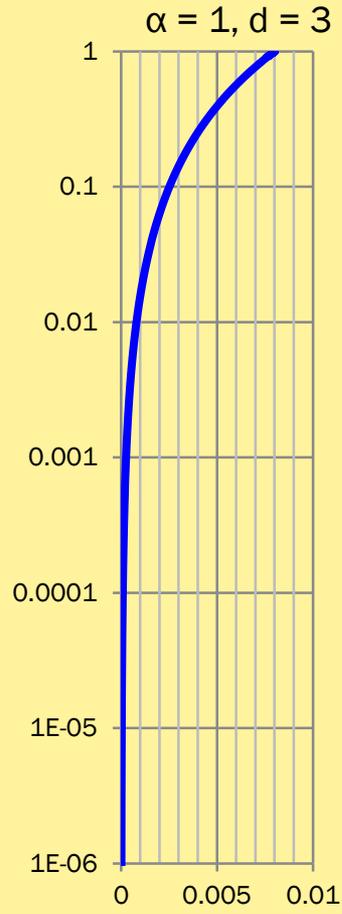
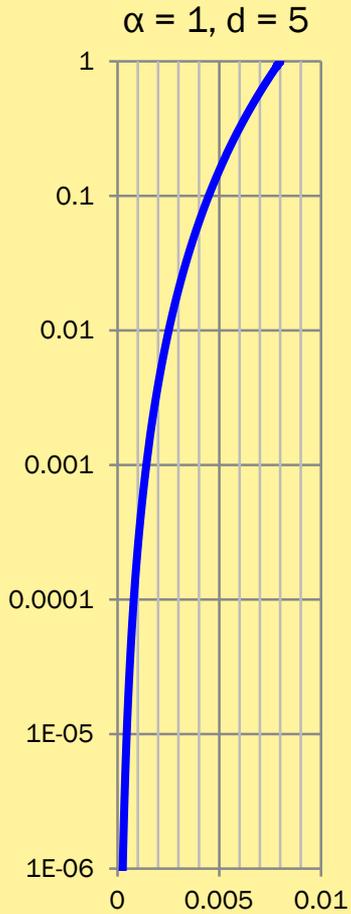
**Ориентированные трещины:** эллипсоиды с аспектным отношением, изменяющимся в интервале  $[1e-5, A_1]$

**Хаотически ориентированные поры:** эллипсоиды с аспектным отношением в интервале  $[A_2, 1]$

Распределение объема пустот по аспектным отношениям описывается Бэта-распределением

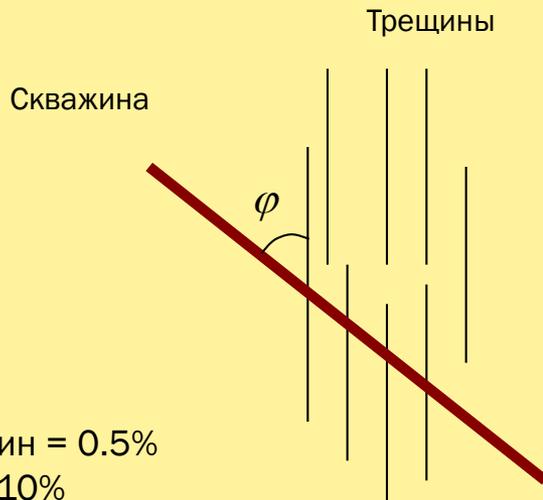
# Зависимость вида Бэта-распределения от параметров

$$P(F) = \frac{\Gamma(\alpha + d)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(d)} F^{\alpha-1} (1-F)^{d-1}$$

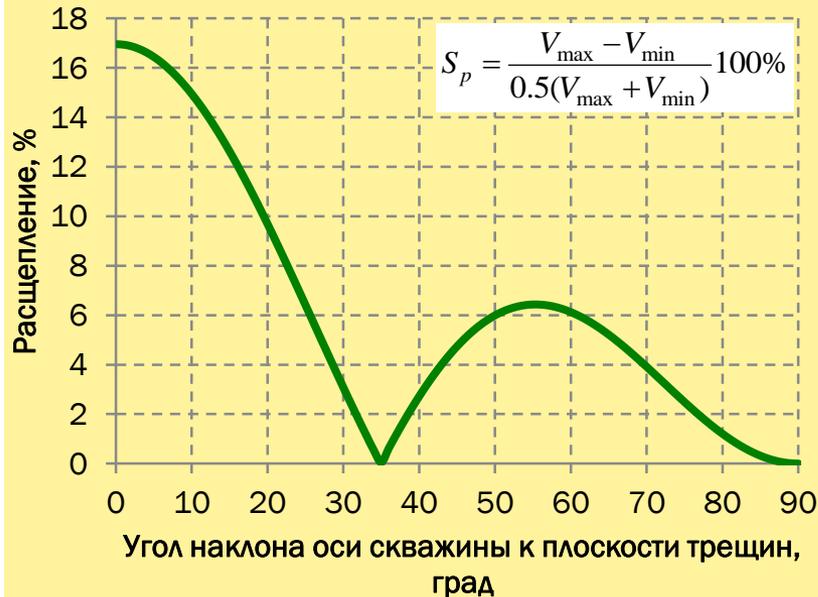


Аспектное отношение трещин

# Скорости упругих волн в карбонатном коллекторе с субвертикальными трещинами

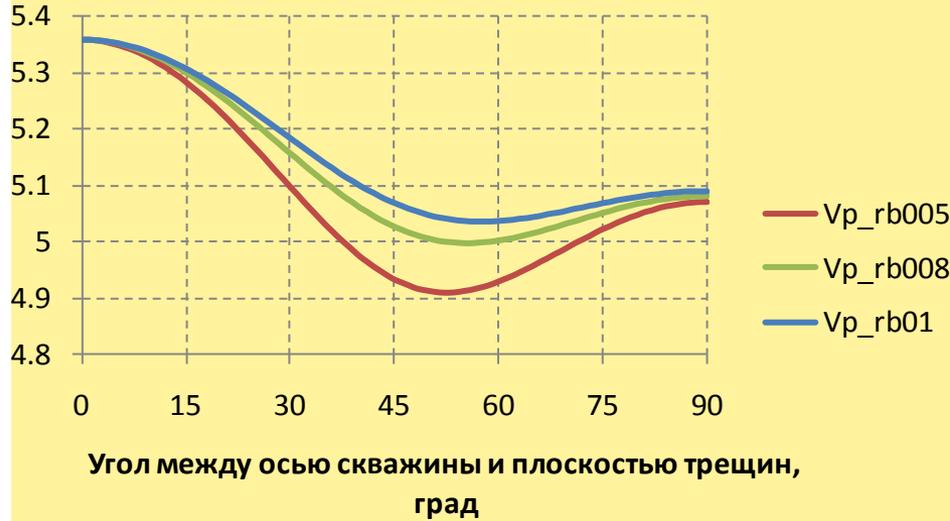


Емкость трещин = 0.5%  
 Пористость = 10%  
 d = 5 в Бэти-распределении

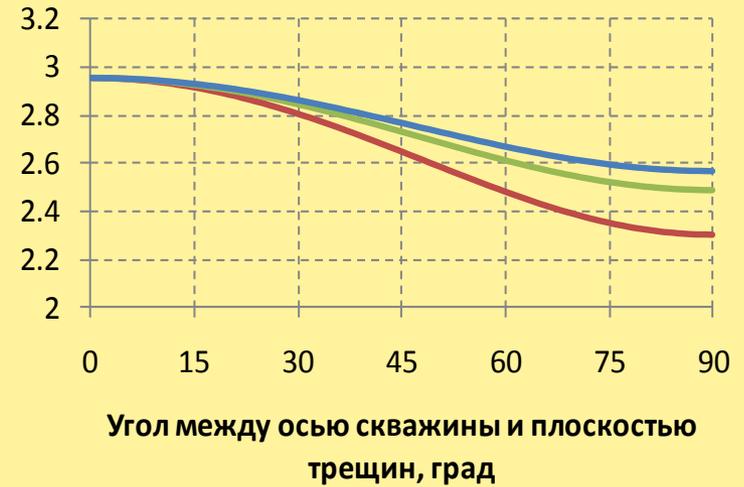


# Зависимость поведения скоростей от правой границы аспектного отношения трещин

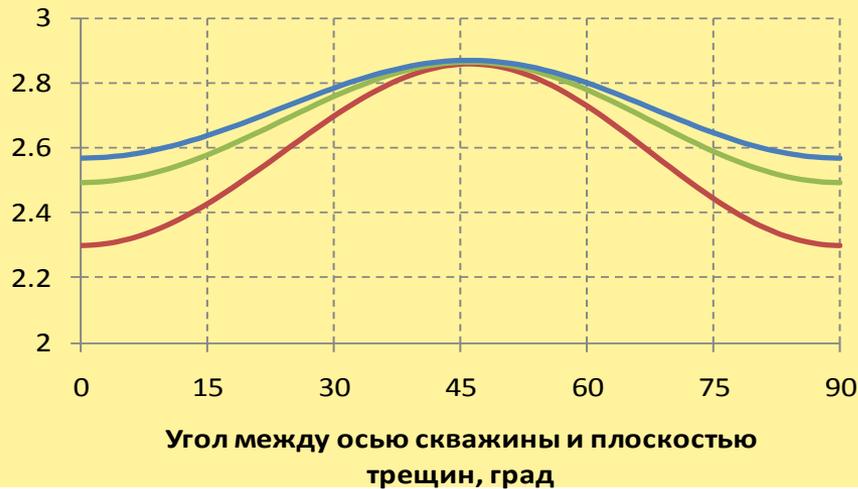
$V_p$ , км/с



$V_{s1}$  ( $V_{sh}$ ), км/с

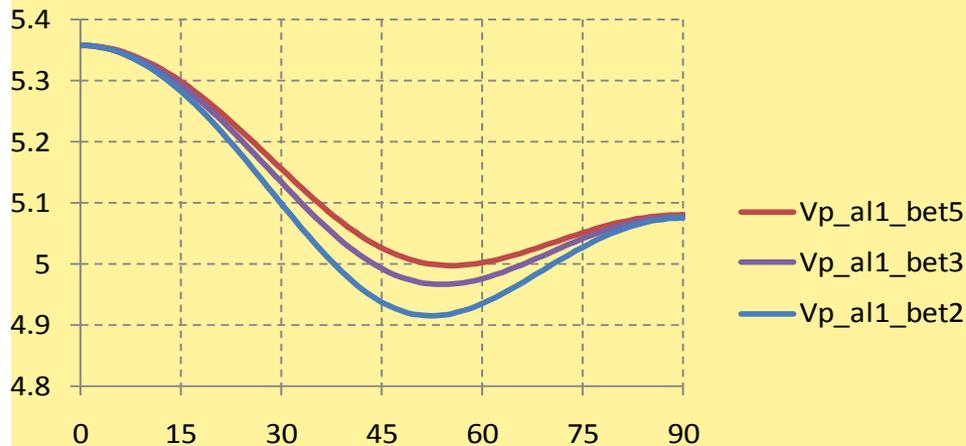


$V_{s2}$  ( $V_{sv}$ ), км/с



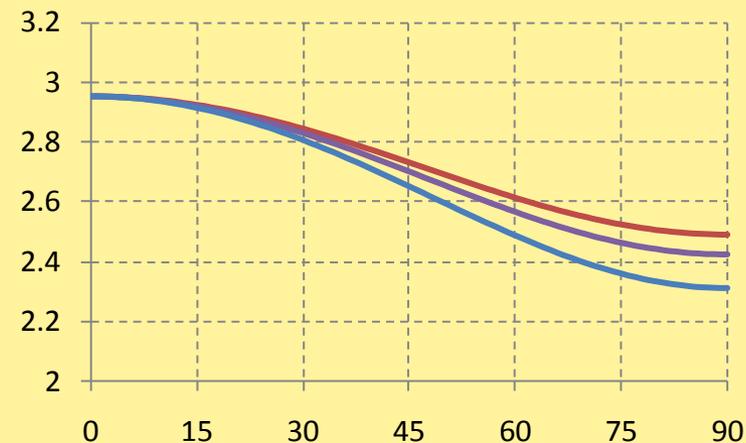
# Зависимость поведения скоростей от распределения объема трещин по их форме

$V_p$ , км/с



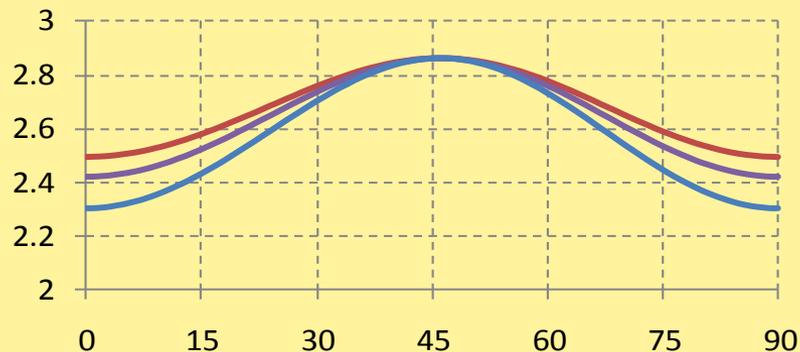
Угол между осью скважины и плоскостью трещин, град

$V_{s1}$  ( $V_{sh}$ ), км/с



Угол между осью скважины и плоскостью трещин, град

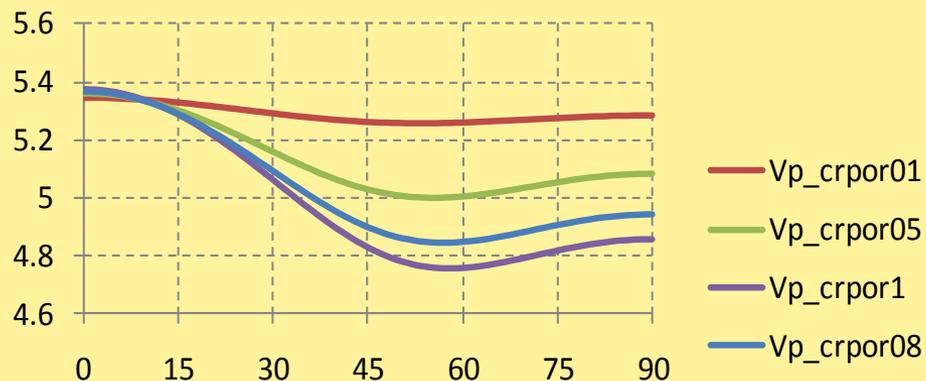
$V_{s2}$  ( $V_{sv}$ ), км/с



Угол между осью скважины и плоскостью трещин, град

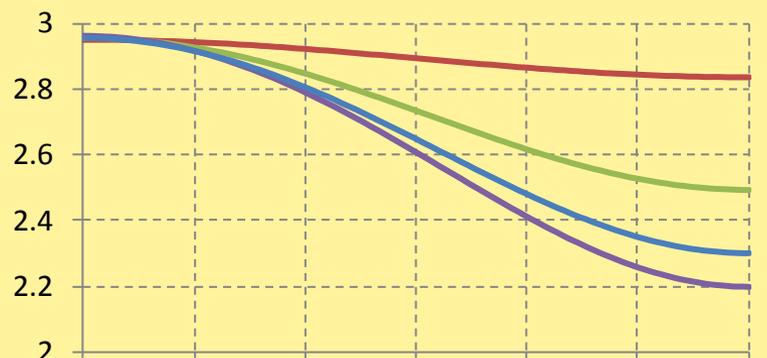
# Зависимость поведения скоростей от емкости трещин

$V_p$ , км/с



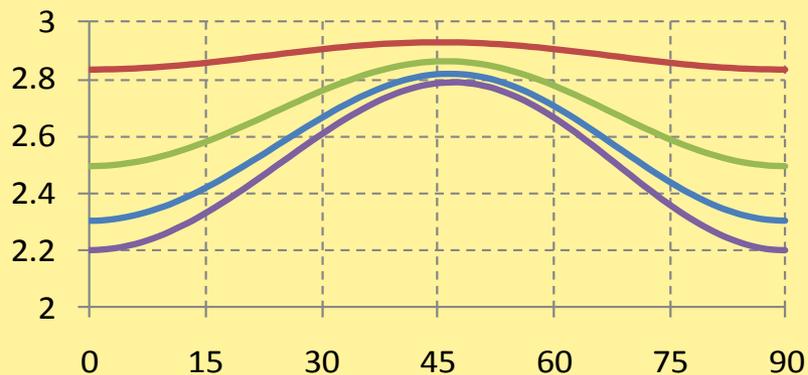
Угол между осью скважины и плоскостью трещин, град

$V_{s1}$  ( $V_{sh}$ ), км/с



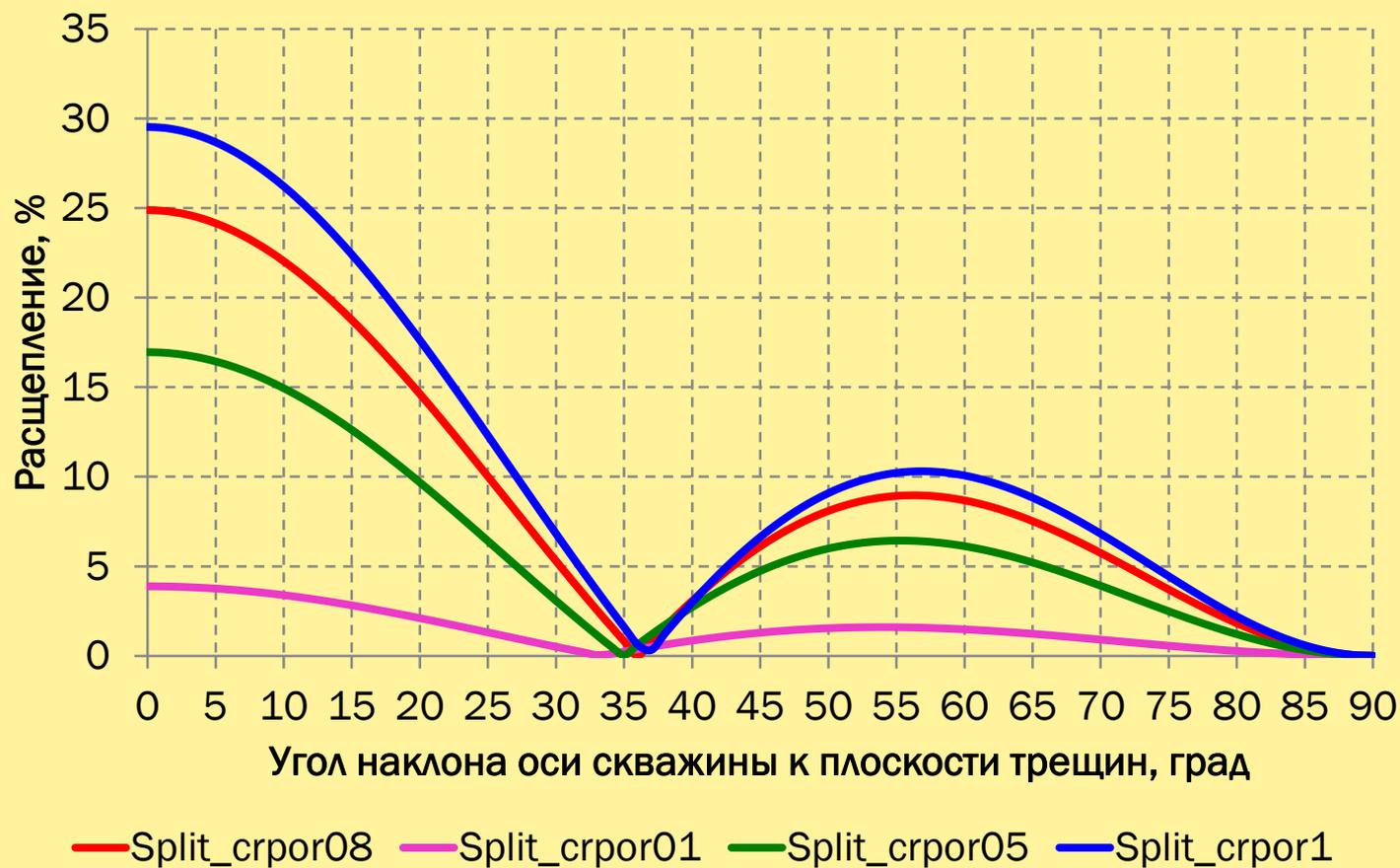
Угол между осью скважины и плоскостью трещин, град

$V_{s2}$  ( $V_{sv}$ ), км/с



Угол между осью скважины и плоскостью трещин, град

# Зависимость величины расщепления от емкости трещин



# Решение обратной задачи по определению параметров трещин и пор карбонатного коллектора по данным ГИС

$$\Psi = \left( \frac{V_P^t - V_P^e}{V_P^e} \right)^{m_1} + \left( \frac{V_{s1}^t - V_{s1}^e}{V_{s1}^e} \right)^{m_2} + \left( \frac{V_{s2}^t - V_{s2}^e}{V_{s2}^e} \right)^{m_3} + \left[ (Sp^t - Sp^e) / 100 \right]^{m_4} \rightarrow \text{Min}$$

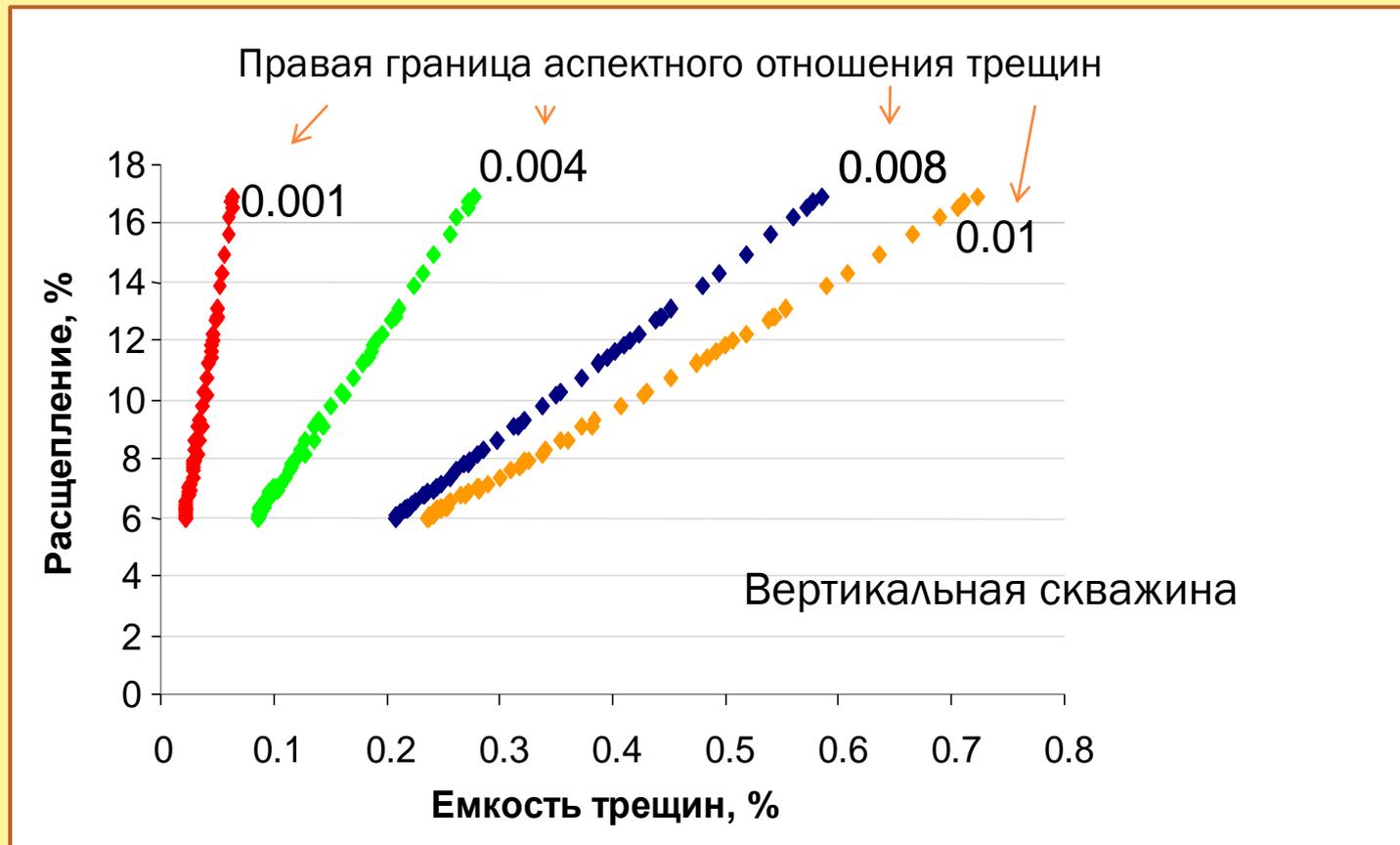
## Входные параметры:

1. азимут трещин, угол между осью скважины и вертикалью, азимут оси скважины (ГИС)
2.  $V_p, V_{s1}, V_{s2}$  (ГИС)
3. Плотность (ГИС)
4. Общая пористость (ГИС)
5. Правая граница аспектного отношения трещин
6. Левая граница аспектного отношения пор
7. Скорости упругих волн и плотность матрицы

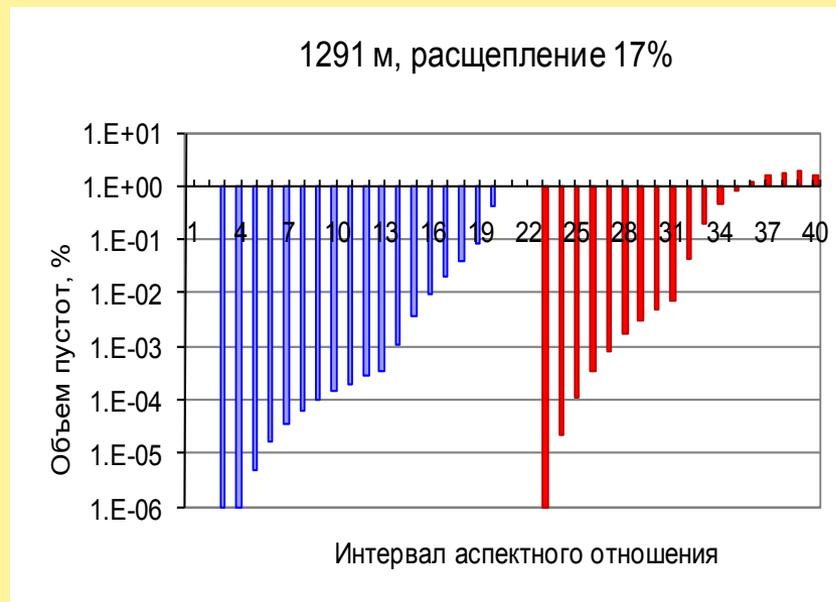
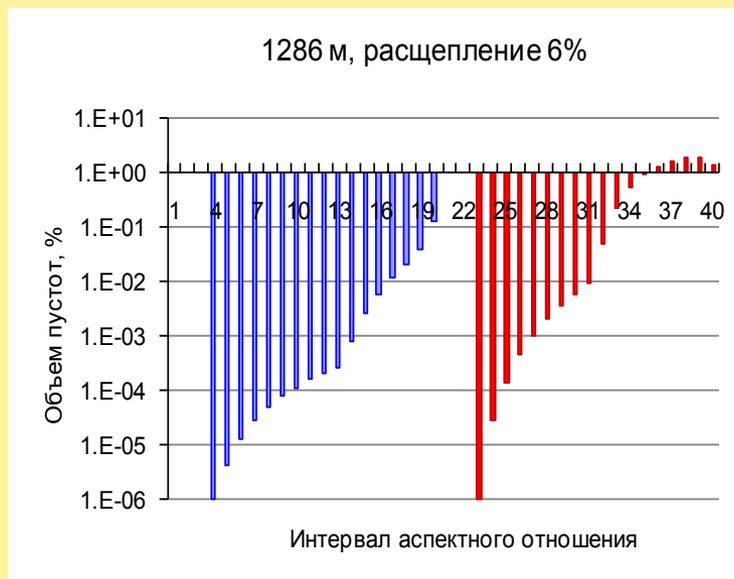
## Выходные параметры:

1. Емкость трещин
2. Открытая пористость
3. Параметры Бэта распределения для формы трещин и пор

# Результаты: зависимость истинного расщепления от емкости трещин

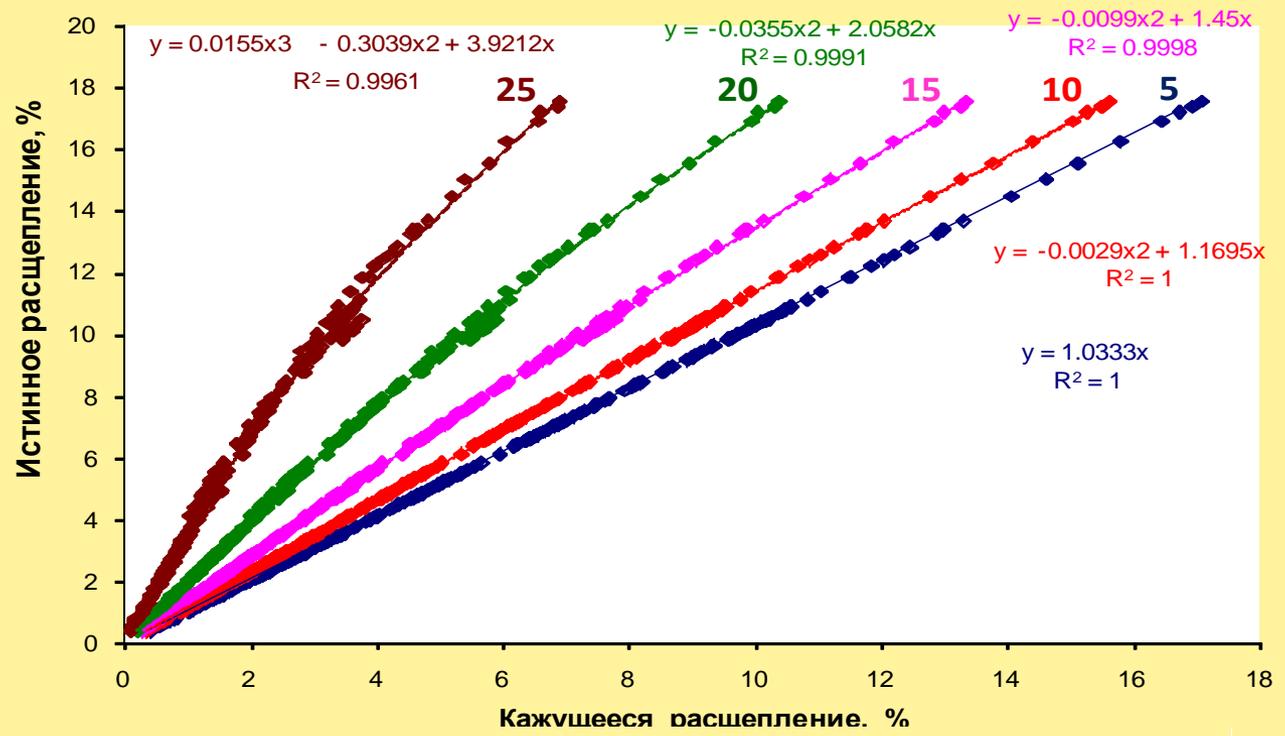


# Результаты: гистограммы распределения емкости трещин и объема пор по аспектным отношениям



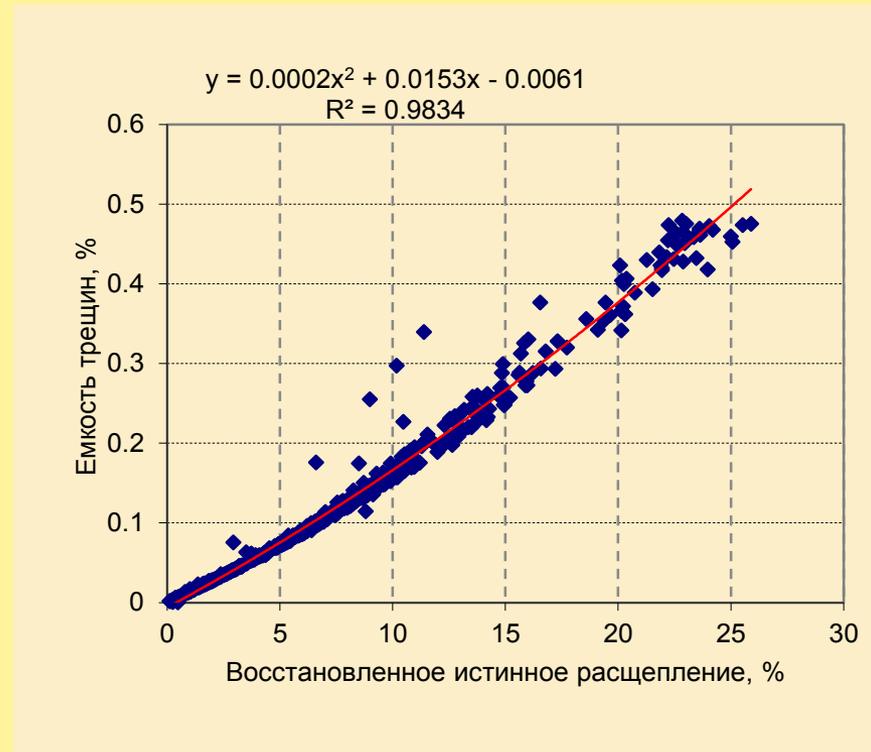
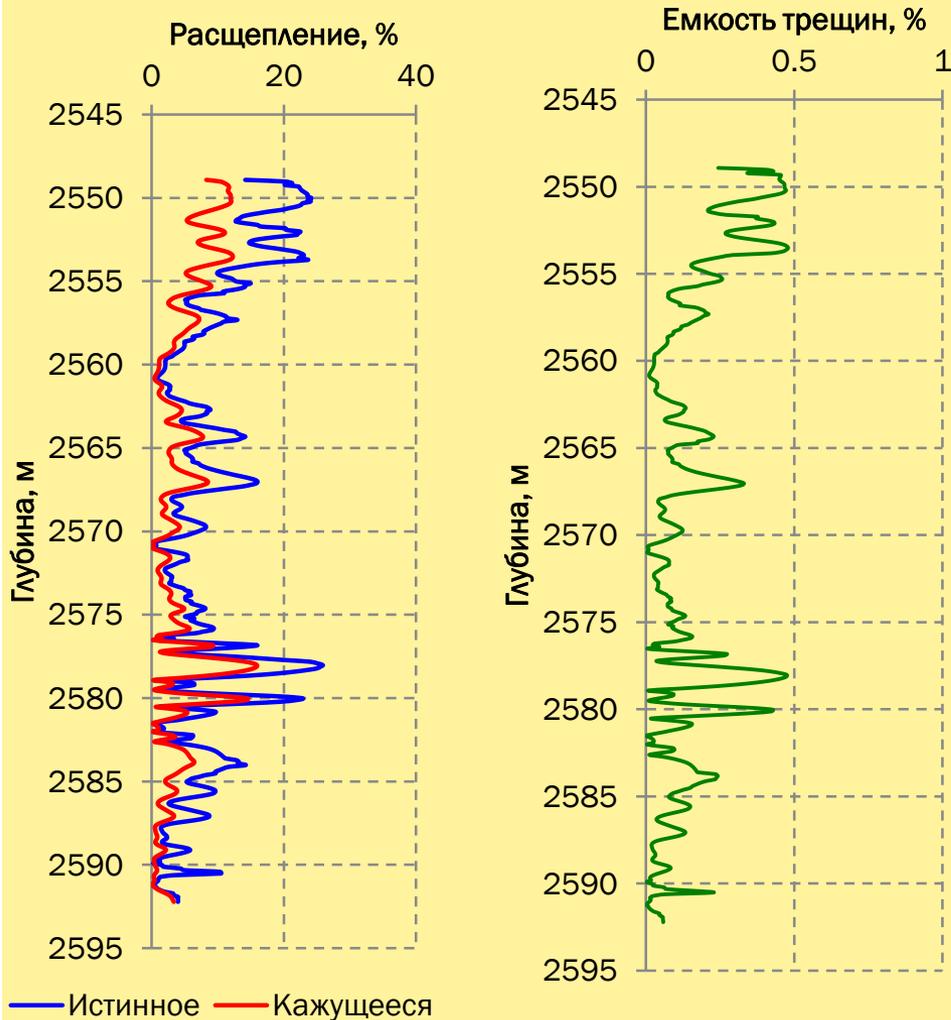
До аспектного отношения  $1e-4$  включительно ширина одного интервала аспектного отношения равна  $2.5e-5$  (интервалы 1 – 4). Для аспектных отношений, больших  $1e-4$  и до  $1e-3$  включительно, ширина интервала составляет  $1e-4$  (интервалы 5 – 13). До аспектных отношений  $0.01$  включительно ширина интервала равна  $0.001$  (интервалы 14 – 22). До аспектного отношения  $0.1$  ширина интервала составляет  $0.01$  (интервалы 23 – 31). Для интервалов 32 – 40 ширина интервала равна  $0.1$ .

# Результаты: номограмма для определения истинного расщепления по кажущемуся расщеплению

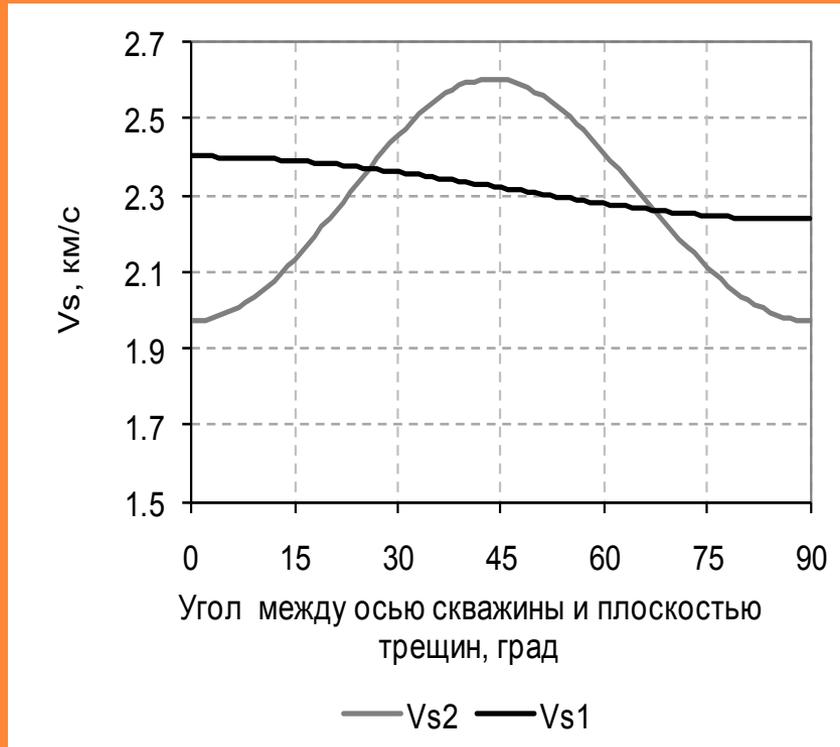


Цифрами на кривых показано значения угла наклона оси скважины к плоскости трещин

# Результаты: восстановление истинного расщепления и определение емкости трещин



# Скорости поперечных волн и расщепление в карбонатном коллекторе, содержащем прослой глины



Угол, при котором расщепление становится равным нулю, уменьшается до 20 градусов

# Выводы

Разработанный для карбонатных нефтяных коллекторов метод определения по данным акустического каротажа объема и формы пустот (трещин и пор), участвующих в движении флюида, применим, если угол наклона оси скважины к плоскости трещин не превышает 33 градуса.

При наличии прослоев глины диапазон углов наклона оси скважины к плоскости трещин, при котором метод применим, сужается и становится равным 0 - 20 градусов.

Метод позволяет определять распределения емкости трещин и объемной концентрации пор по их аспектным отношениям.

Метод дает возможность получить зависимость истинного расщепления от кажущегося, а также зависимость емкости трещин от расщепления (истинного и/или кажущегося). Данные зависимости могут использоваться для экспресс-оценки емкости трещин по расщеплению, наблюдаемому при проведении акустического каротажа в карбонатных нефтяных коллекторах.

# **Математическое моделирование анизотропных эффективных упругих свойств карбонатных коллекторов сложного строения**

**Низкопористый коллектор Юрубчено-  
Тохомской зоны**

*(Баюк, Постникова, Рыжков, Технологии Сейсморазведки, 3, 2012)*

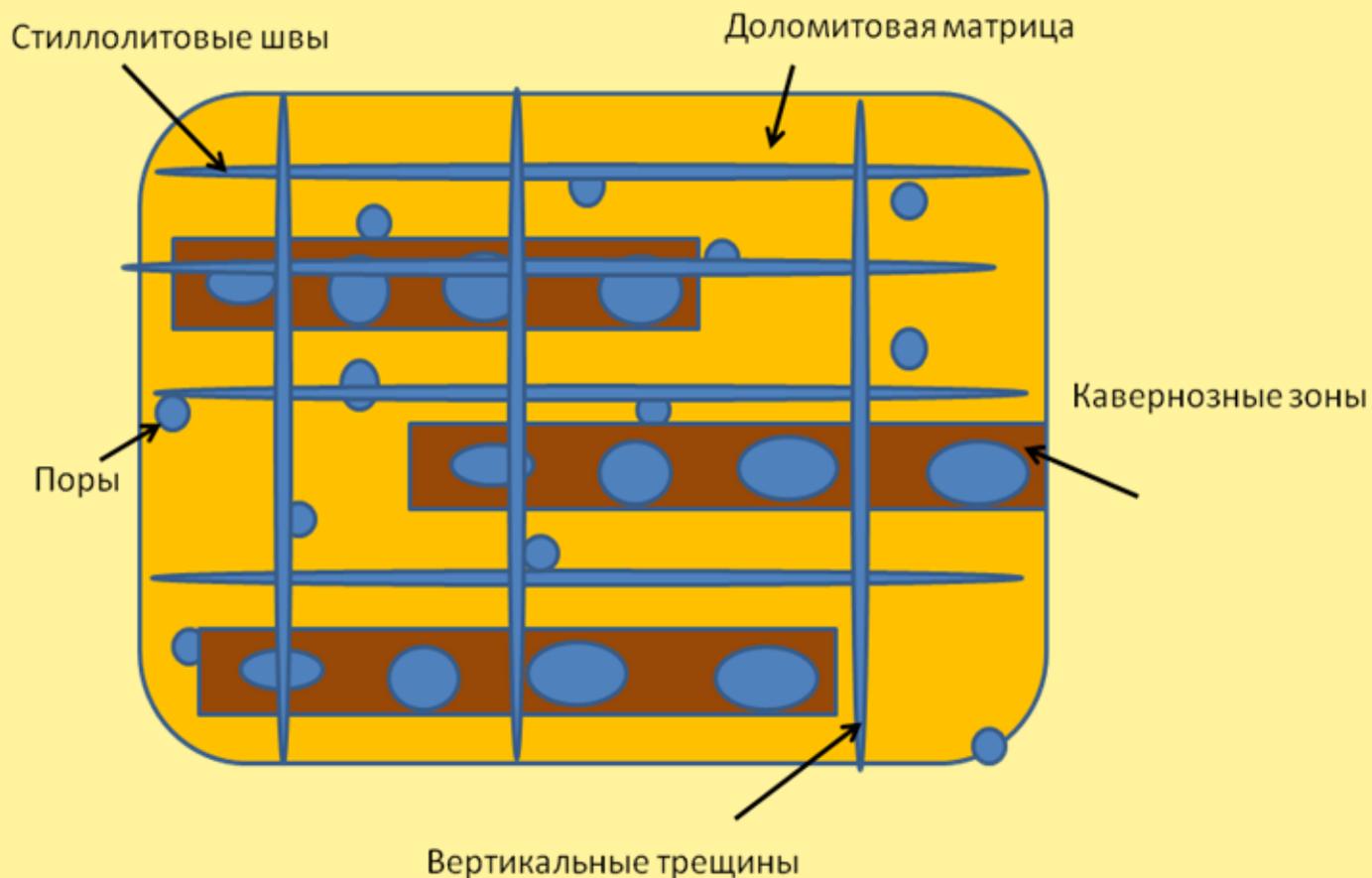
# Построение модели коллектора Юрубчено-Тохомской зоны



Фотографии О.В. Постниковой

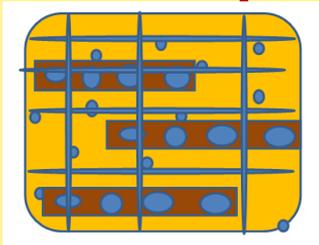
**Особенность строения – разномасштабные неоднородности**

# Модель Коллектора ЮТЗ



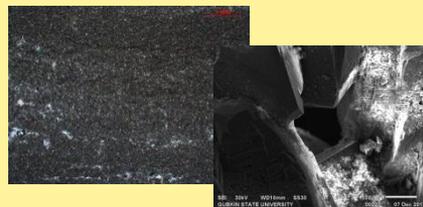
# Алгоритм расчета эффективных упругих свойств коллектора с разномасштабными неоднородностями

Ввод параметров модели

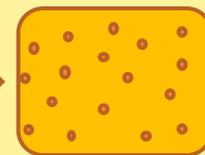


Расчет эффективных упругих свойств пористой матрицы.

Результат – упругие свойства Материала 1



Материал 1



Расчет эффективных упругих свойств каналообразных кавернозных зон.

Результат – упругие свойства Материала 2



Материал 2

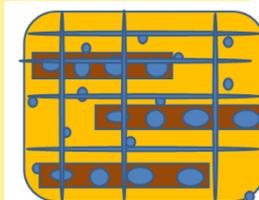


Расчет эффективных свойств коллектора путем внесения в Материал 1 включений Материала 2, горизонтальных и вертикальных трещин.

Результат – упругие свойства коллектора



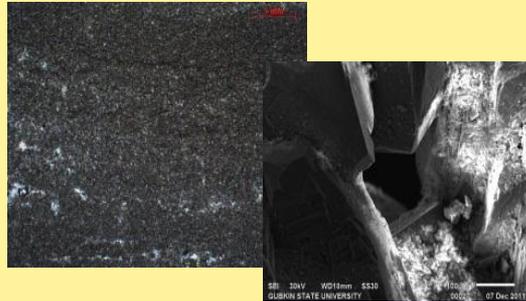
Материал 3



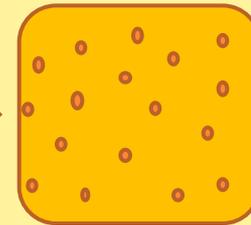
# Математическое моделирование эффективных упругих свойств коллектора

## Этап I: Расчет эффективных упругих свойств пористой матрицы

Квазисферические поры помещаются в минеральную матрицу



Материал 1



Изотропный

### Параметры модели:

1. модули упругости и плотность вмещающей матрицы (**доломит**)
2. пористость матрицы (**до 1 – 2%**)
3. Границы изменения аспектного отношения ( $AR$ ) пор матрицы (**0.01 – 1**)
4. Параметры Бэта-распределения аспектного  $AR$  матричной пористости (**alpha = 1, beta = 3**)
5. скорости и плотность вещества в порах

### Бэта-распределение

$$P(F) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} F^{\alpha-1} (1 - F)^{\beta-1}$$

# Математическое моделирование эффективных упругих свойств коллектора

## Этап II: Расчет эффективных упругих свойств каналобразных кавернозных зон

Каверны помещаются в минеральную матрицу (свойства могут отличаться от минеральной матрицы этапа I)



Материал 2



Изотропный

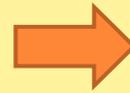
### Параметры модели:

1. модули упругости и плотность минерального вещества кавернозного материала (халцедон + ?)
2. пористость каналобразных кавернозных зон (до 50% )
3.  $AR$  каверн (сферы)
4. скорости и плотность вещества, заполняющего каверны

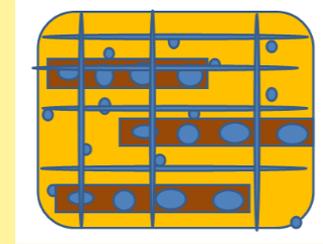
# Математическое моделирование эффективных упругих свойств коллектора

## Этап III: Расчет эффективных упругих свойств коллектора

Протяженные включения  
Материала 2 (кавернозного),  
горизонтальные и  
вертикальные трещины  
помещаются в Материал 1



Материал 3 Анизотропный,  
орторомбической  
симметрии



### Параметры модели:

1. объемная концентрация каналобразных кавернозных зон (до 12%)
2. пористость горизонтальных трещин (до 1 – 2%),
3. пористость вертикальных трещин (до 1 – 2%),
4. интервал изменения  $AR$  включений кавернозного материала (0.001 – 0.01)
5. Параметры Бэта-распределения аспектного  $AR$  включений кавернозного материала ( $\alpha = 1$ ,  $\beta = 3$ )
6. интервал изменения  $AR$  горизонтальных трещин (0.0001 – 0.01)
7. Параметры Бэта-распределения аспектного  $AR$  горизонтальных трещин ( $\alpha = 1$ ,  $\beta = 3$ )
8. интервал изменения  $AR$  вертикальных трещин (0.0001 – 0.01)
9. Параметры Бэта-распределения аспектного  $AR$  вертикальных трещин ( $\alpha = 1$ ,  $\beta = 3$ )
10. скорости и плотность вещества в горизонтальных трещинах
11. скорости и плотность вещества в вертикальных трещинах

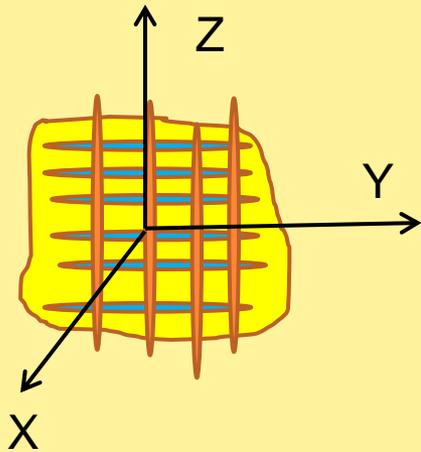
# Результаты решения прямой задачи

## Орторомбическая симметрия

Матрица доломит:

$V_p = 7.4$  км/с,  $V_s = 4.0$  км/с, плотность  $2.86$  г/см<sup>3</sup>.  
Флюид – пластовая вода.

Ось вертикальных трещин направлена вдоль оси Y.



горизонтальные трещины: емкость 0.5%,  
вертикальные трещины: емкость 1%

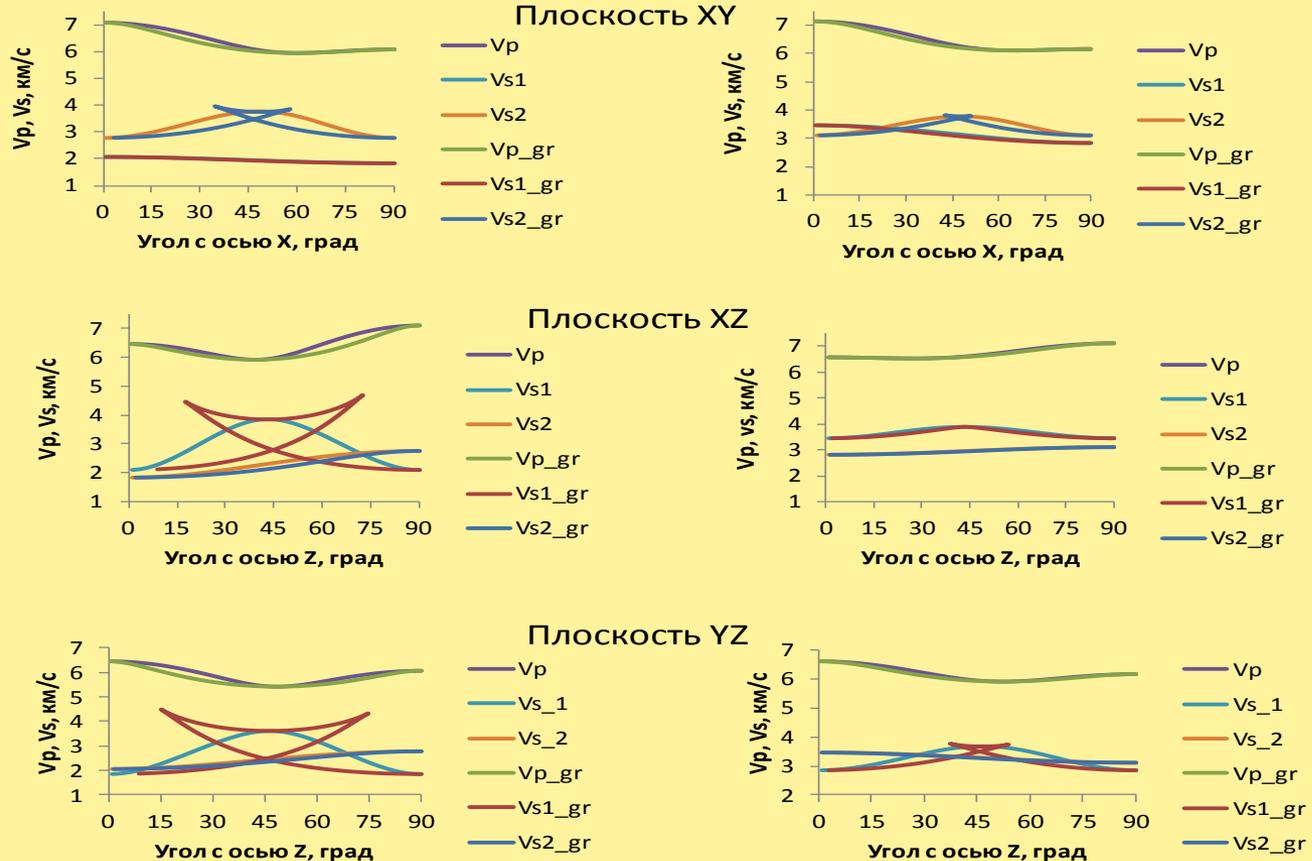
I

Горизонтальные трещины:

$AR = 0.001$

Вертикальные трещины:

$AR = 0.005$



II

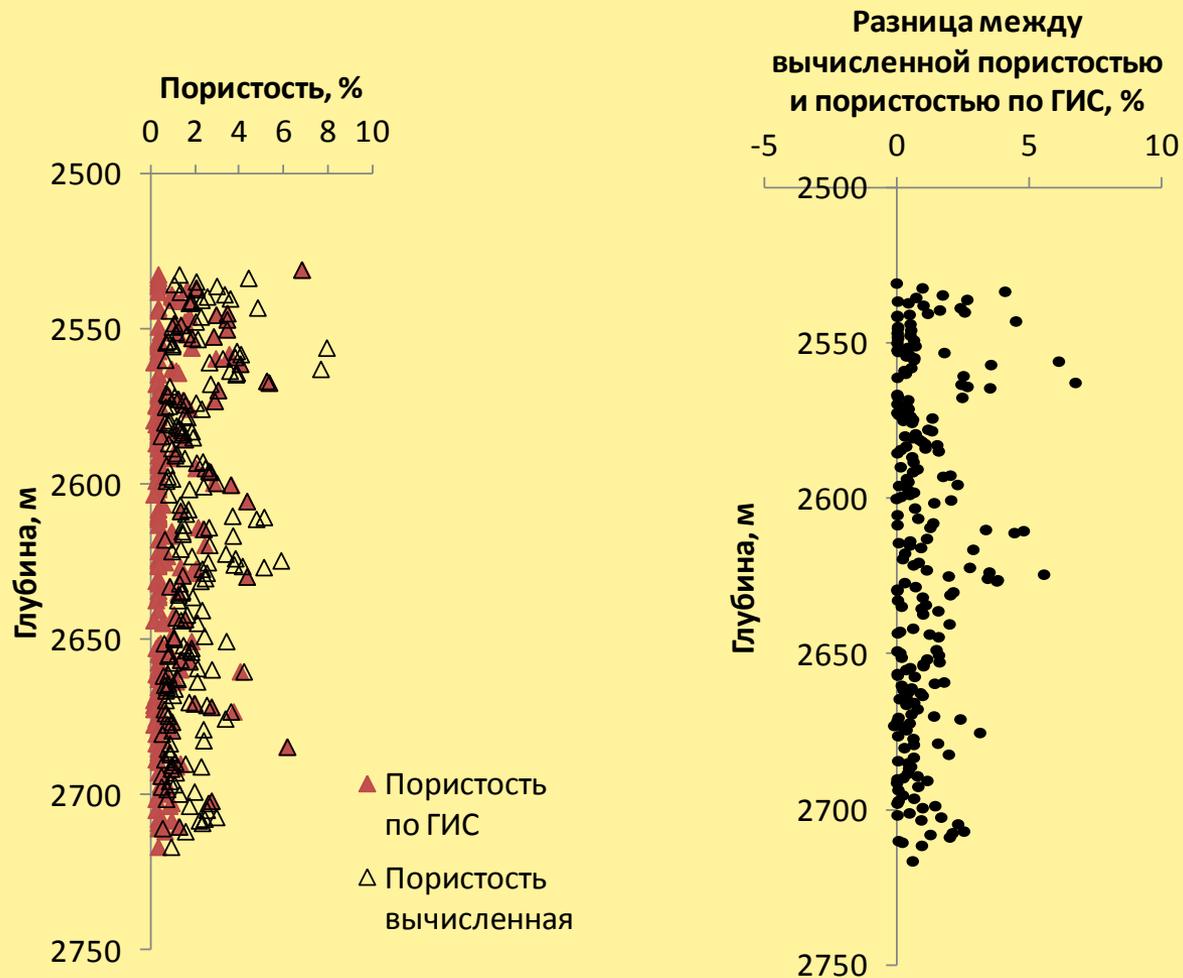
AR меняется в интервале от 0.001 до 0.01 и описывается функцией распределения

(Бэта-распределением с параметрами  $\alpha = 1, \beta = 5$ )

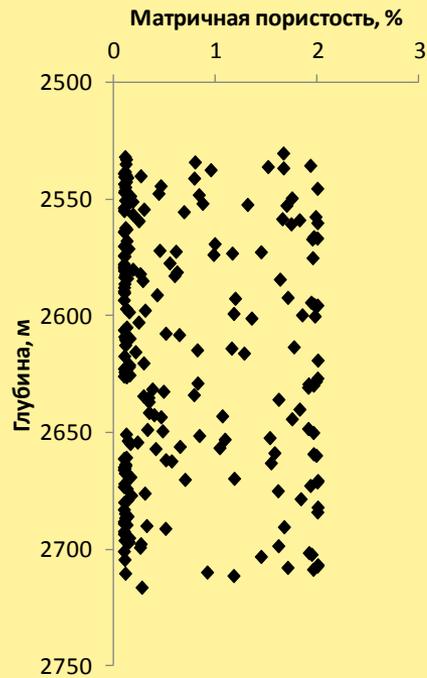
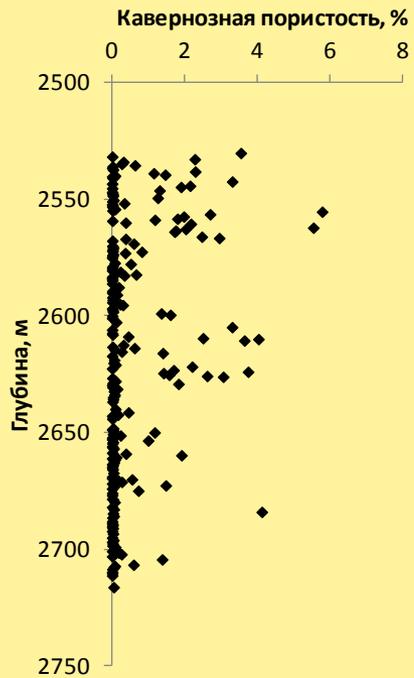
# Результаты решения обратной задачи

ЮТЗ

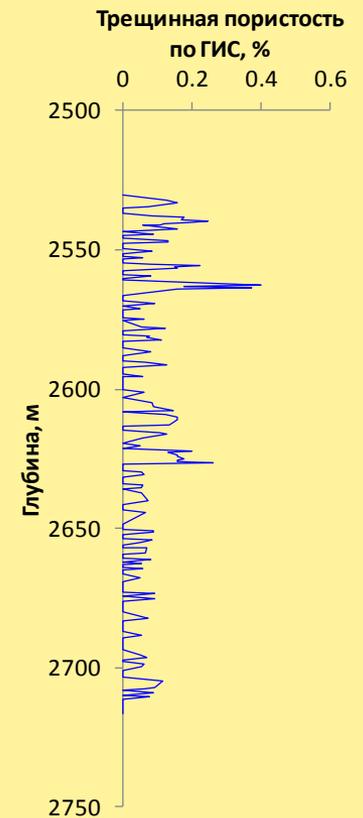
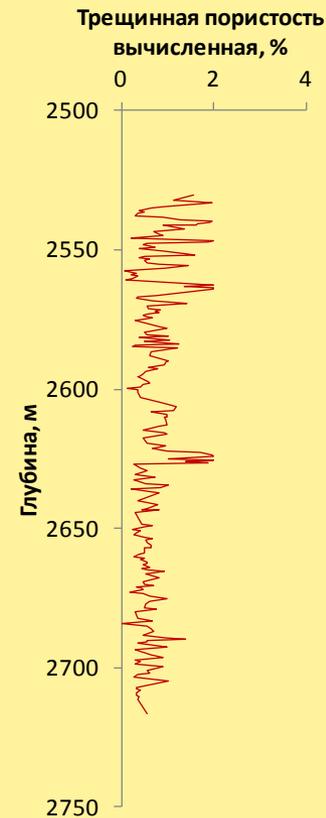
$$\Psi = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{V_{\text{exp}}^i - V_{\text{theor}}^i (\text{параметры модели})}{V_{\text{exp}}^i} \right]^2$$



# Результаты решения обратной задачи



ЮТЗ



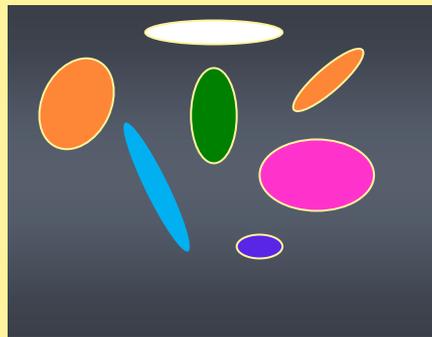
**ПРОГНОЗ СВОЙСТВ  
ОДНОГО ТИПА ЧЕРЕЗ  
СВОЙСТВА ДРУГОГО  
ТИПА**

# АЛГОРИТМ ПРОГНОЗА «НЕИЗМЕРЯЕМЫХ» СВОЙСТВ ЧЕРЕЗ «ИЗМЕРЯЕМЫЕ»

Измерения  $V_p$  (и  $V_s$ ),  
электропроводности,  
пористости и  
минералогического  
состава



Решение обратной задачи по  
определению геометрии  
порового пространства



Гидравлическая  
проницаемость,  
Теплопроводность

# ПРОГНОЗ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПО ДАННЫМ ОБ УПРУГИХ СВОЙСТВАХ И ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ

**Эффективные упругие свойства**

$$\langle \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}) \rangle = \mathbf{C}^* \langle \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{r}) \rangle \quad \text{Закон Гука}$$

**Эффективная электропроводность**

$$\langle \mathbf{j}(\mathbf{r}) \rangle = -\mathbf{S}^* \langle \nabla \varphi(\mathbf{r}) \rangle \quad \text{Закон Ома}$$

**Эффективная теплопроводность**

$$\langle \mathbf{q}(\mathbf{r}) \rangle = -\lambda^* \langle \nabla T(\mathbf{r}) \rangle \quad \text{Закон Фурье}$$

$$\mathbf{X}^* = \langle \mathbf{X}(\mathbf{I} - \mathbf{gX}')^{-1} \rangle \langle (\mathbf{I} - \mathbf{gX}')^{-1} \rangle^{-1},$$

$$\mathbf{X}' \equiv \mathbf{X} - \mathbf{X}^c$$

# Определение формы пустот по данным о теплопроводности

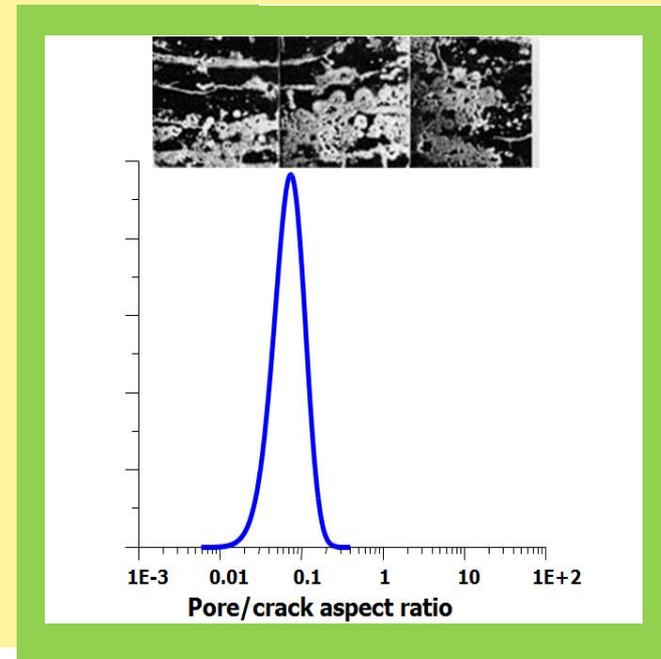
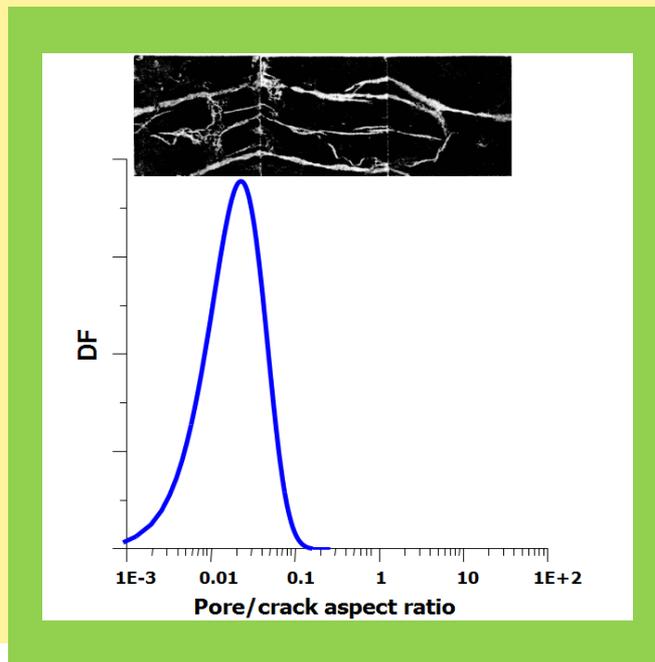
## Экспериментальные данные:

- (1) теплопроводность, измеренная при 100-% насыщении образца флюидами с контрастными свойствами,
- (2) пористость,
- (3) минеральный состав

## Бэта-распределение

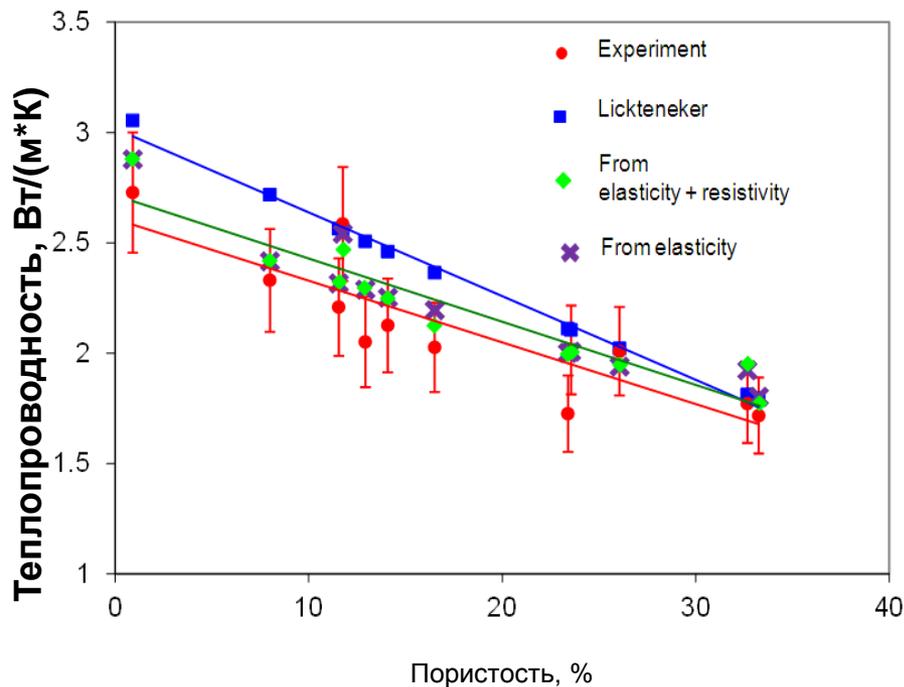
$$P(F) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} F^{\alpha-1}(1-F)^{\beta-1}$$

*Bayuk, Popov, Parshin, SCA, 2011*

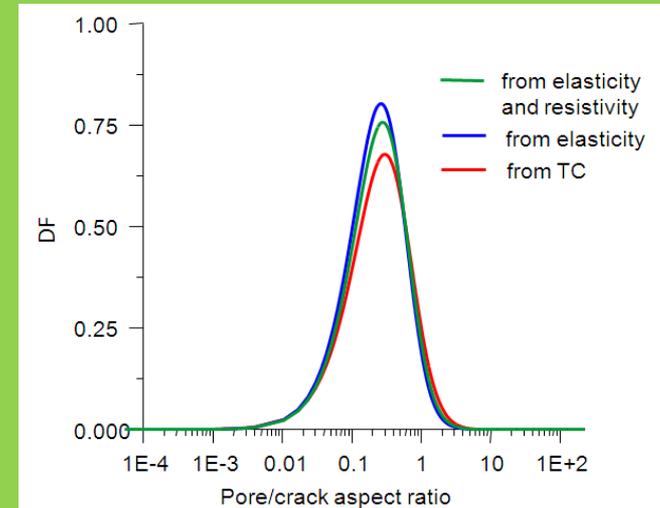


# Прогноз свойств одного типа через свойства другого типа

Прогноз теплопроводности по измерениям скоростей упругих волн и(или) электропроводности



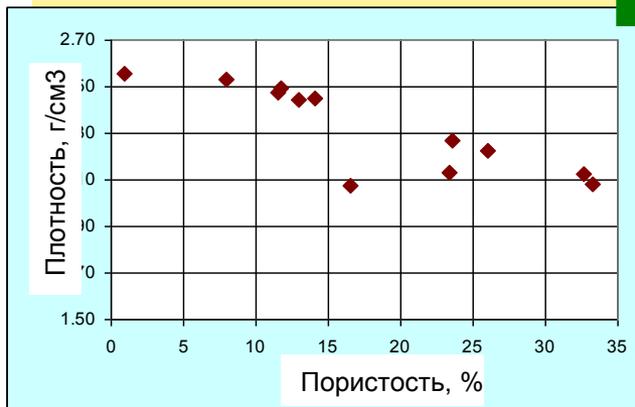
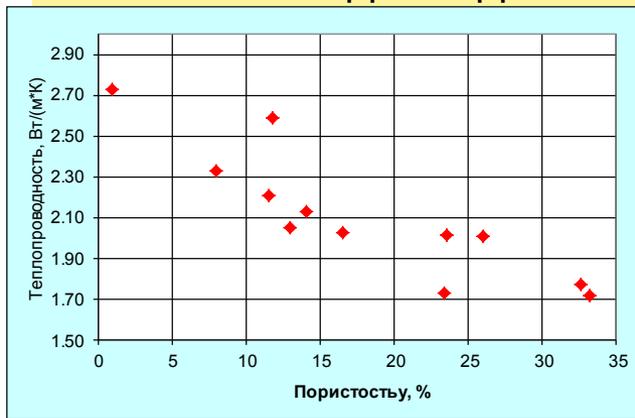
Функция распределения, восстановленная по разным свойствам



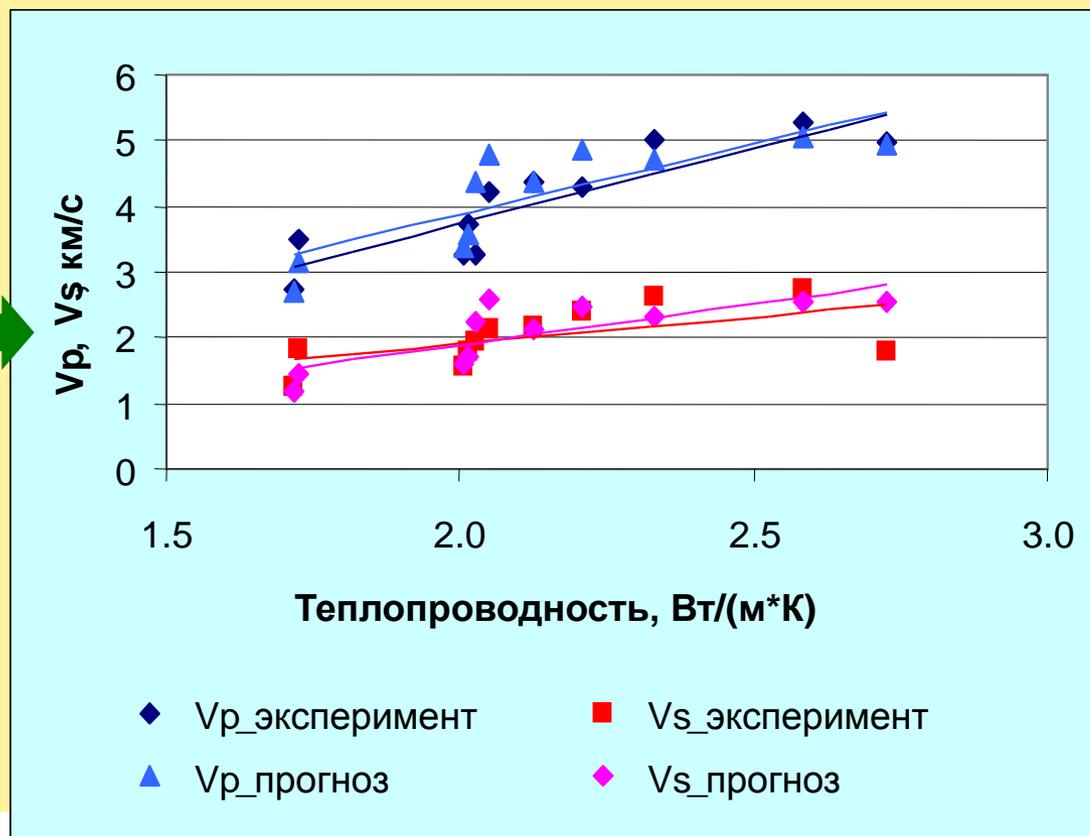
# Прогноз свойств одного типа через свойства другого типа

## Прогноз скоростей упругих волн по измерениям теплопроводности

### Исходные данные

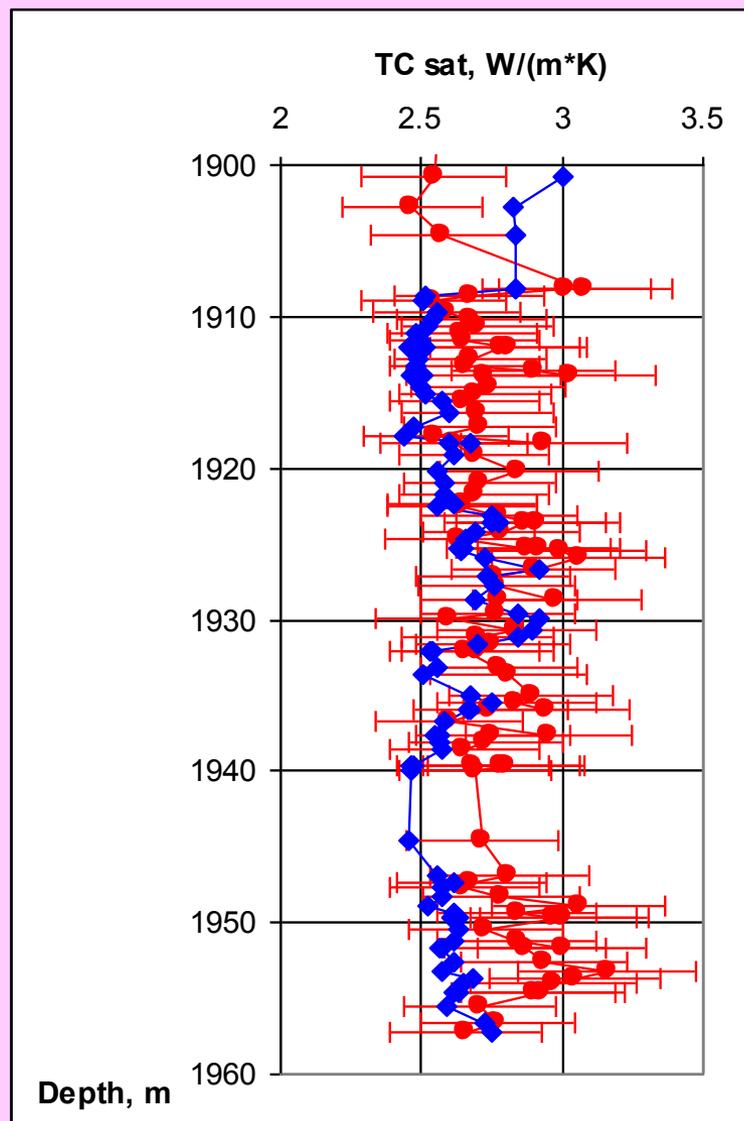


### Сравнение теоретического прогноза скоростей с экспериментальными данными



# Прогноз распределения теплопроводности вдоль скважины, полученный по акустическому каротажу

- Эксперимент
- ◆ Прогноз



Карбонатные породы

TC – thermal conductivity  
теплопроводность

**ЭФФЕКТИВНАЯ ГИДРАВЛИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ**

# ЭФФЕКТИВНАЯ ГИДРАВЛИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ

## Эффективная гидравлическая проницаемость

Закон Дарси

$$\mathbf{Q}(\mathbf{r}) = -\frac{\kappa(\mathbf{r})}{\mu} \nabla P(\mathbf{r})$$

$$\langle \mathbf{Q}(\mathbf{r}) \rangle = -\mathbf{K}^* \langle \nabla h(\mathbf{r}) \rangle \quad h = \frac{P}{\rho g}$$

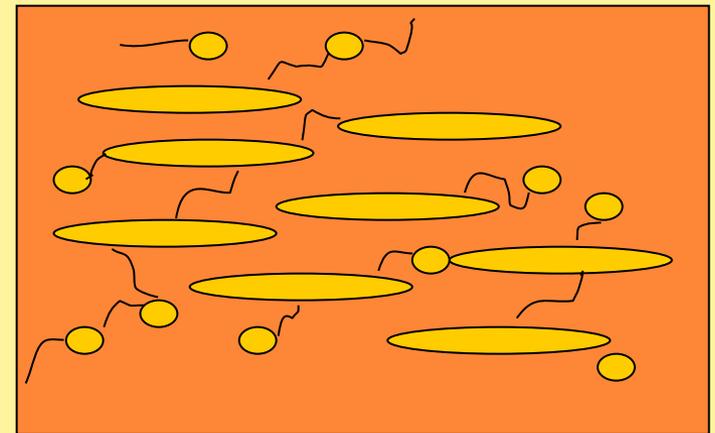
$$\mathbf{K}(\mathbf{r}) = \frac{\kappa(\mathbf{r})}{\rho g \mu}$$

$K$  – гидравлическая проводимость

$\kappa$  - гидравлическая проницаемость

$\mu$  – динамическая вязкость

$\rho$  - плотность



# Применима ли ТЭС для определения эффективной проницаемости?

- *«За» и «против»*

# «ПРОТИВ»

Эмпирические формулы - обобщенная формула (гранулированные среды)

$$k = \frac{g}{\mu} C f(\phi) d_e^2$$

Vukovich and Soro (1992)

$C$  - коэффициент,  $f$  - функция пористости  $\phi$ ,  $d_e$  диаметр зерна

**Частный случай – уравнение Козени-Кармана**

$$k = \frac{g}{\mu} \times 8.3 \times 10^{-3} \left[ \frac{\phi^3}{(1-\phi^2)} \right] d_{10}^2$$

$d_{10}$  - диаметр зерен (в мм) для которых 10% зерен среды имеют меньший размер

**Другая форма уравнения Козени-Кармана**

$$k = \frac{n^3}{B \tau S^2}, \quad \tau = \left( \frac{L_a}{L} \right)^2$$

$B$  - коэффициент,  $\tau$  - извилистость,  $S$  - площадь удельной поверхности  
 $L_a$  - реальная длина пути флюида,  $L$  - длина образца

# «За»

## Топологические модели

Основные параметры, влияющие на гидравлическую  
проводимость флюида (Vogel, 2002)

*Масштаб рассмотрения - размер пор:*

- связность пустот
- распределение объема пустот по их диаметру

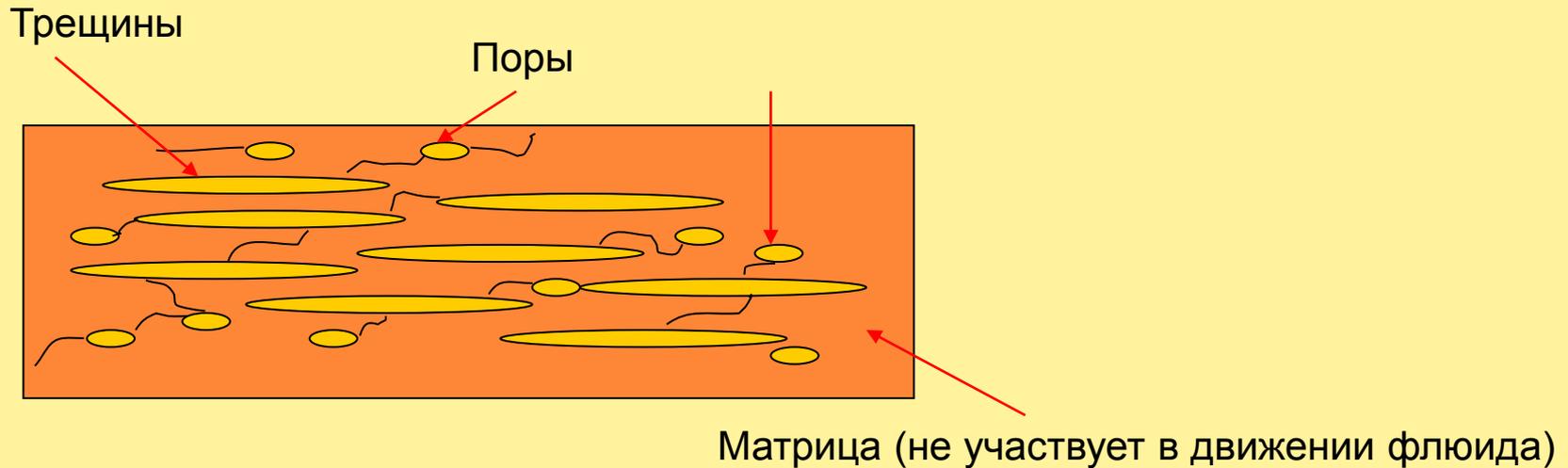
*Масштаб рассмотрения – больше размера пор:*

- статистические характеристики гидравлической проводимости (среднее, дисперсия)
- пространственные корреляционные функции гидравлической проводимости

### Для применения ТЭС

Вносим эффекты размера, извилистости и удельной поверхности в гидравлическую проницаемость «флюидных зон» (fluid patch)

# Модель глинистого сланца



## Параметры модели:

- (1) Проницаемость зон, относящихся к минеральной матрице (matrix patches) - ненулевая
- (2) Проницаемость флюидопроводящих зон ("fluid" patches)
- (3) Пористость (трещинная и поровая)
- (4) Форма частиц минеральной матрицы, зон, относящихся к трещинам и порам
- (5) Параметр связности пустот  $f$

# Моделирование эффективной проницаемости глинистых сланцев

## Предположения

- (1) Проницаемость матричных зон ненулевая, т.к. контакты зерен негерметичны
- (2) Проницаемость флюидных зон не оценивается по их форме и размеру, поскольку внутренняя поверхность может быть гидрофильна или гидрофобна, а инвертируется из данных эксперимента по измерению проницаемости



Проницаемость флюидных зон включает в себя эффект размера частиц и свойства внутренней поверхности породы и должна быть различна для различных пород

# Определение параметров модели

Методы нелинейной оптимизации

$$\min \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\kappa^{exp} - \kappa^{theor} (\text{shale's microstructure parameters})}{\kappa^{exp}} \right]^2$$

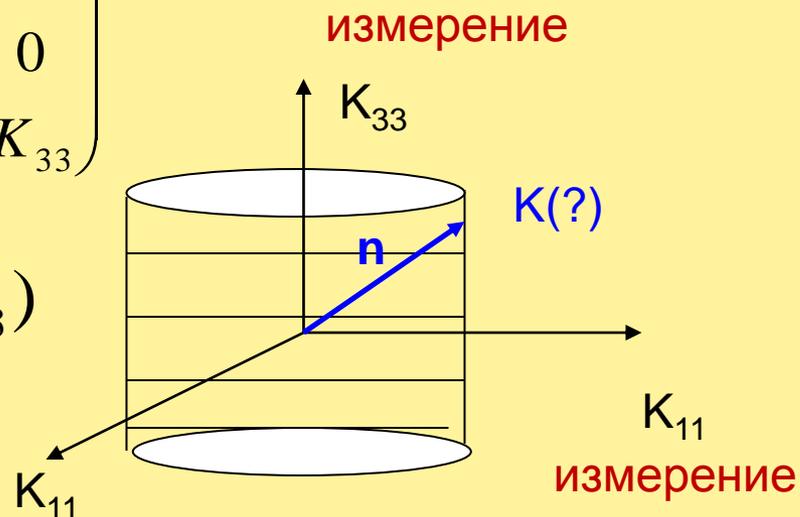
# Определение проницаемости в произвольном направлении по экспериментальным данным

Тензор проницаемости в главной системе координат  
(общий случай)

$$K = \begin{pmatrix} K_{11} & 0 & 0 \\ 0 & K_{22} & 0 \\ 0 & 0 & K_{33} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3)$$

$n_i$  - направляющие косинусы



Проницаемость в направлении вектора  $\mathbf{n}$  (общий случай)

$$K = K_{ij}n_i n_j = K_{11}n_1^2 + K_{22}n_2^2 + K_{33}n_3^2$$

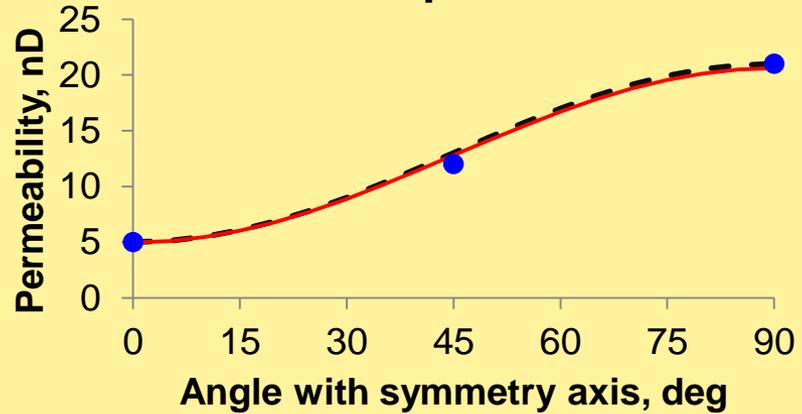
Среда VTI (shale):

$$K_{11} = K_{22}$$

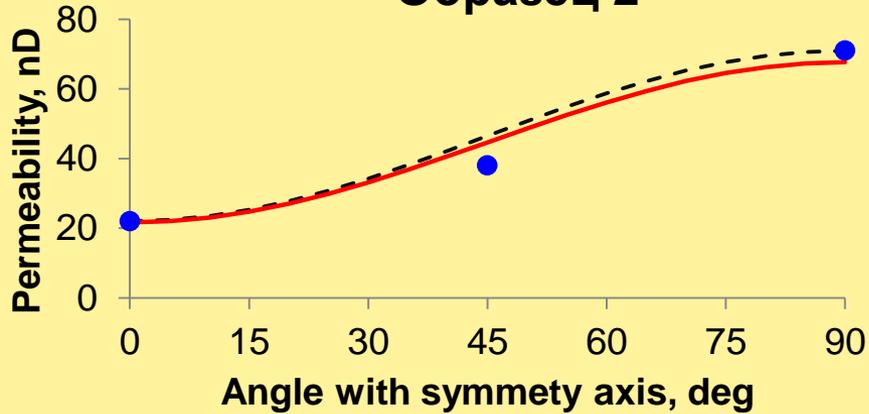
$$K = K_{11}(n_1^2 + n_2^2) + K_{33}n_3^2$$

# Тестирование подхода определения проницаемости в произвольном направлении

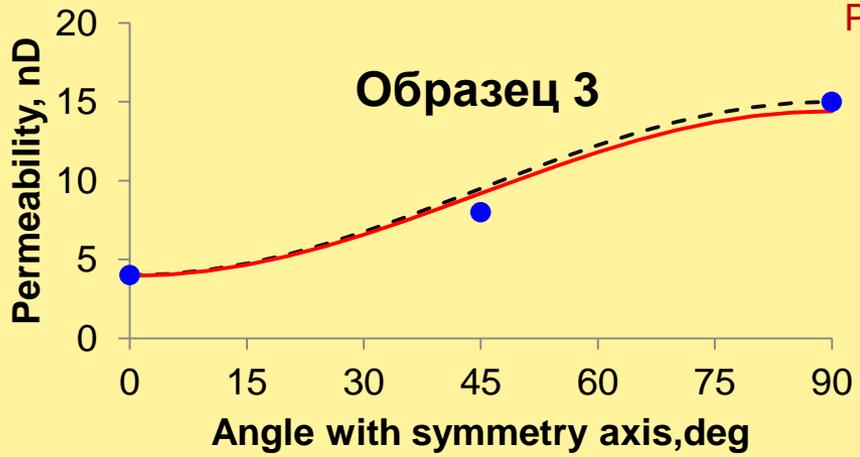
**Образец 1**



**Образец 2**



**Образец 3**



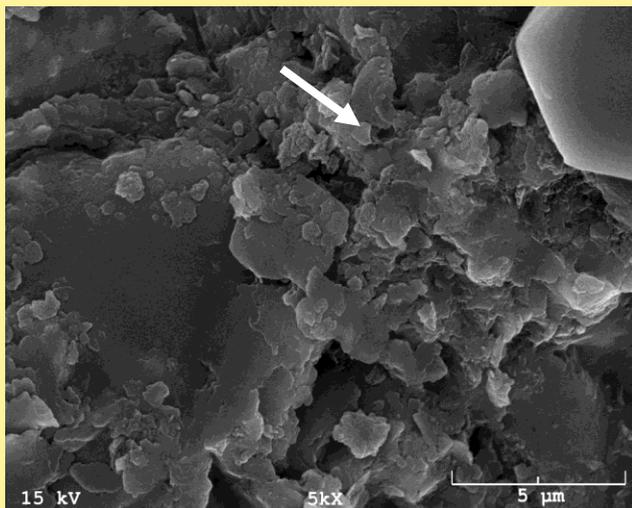
$P_{confining} = 41.4 \text{ MPa}$ ,  
 $P_{pore} = 20.7 \text{ MPa}$

— Прогноз по измерениям в направлениях  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ , и  $90^\circ$

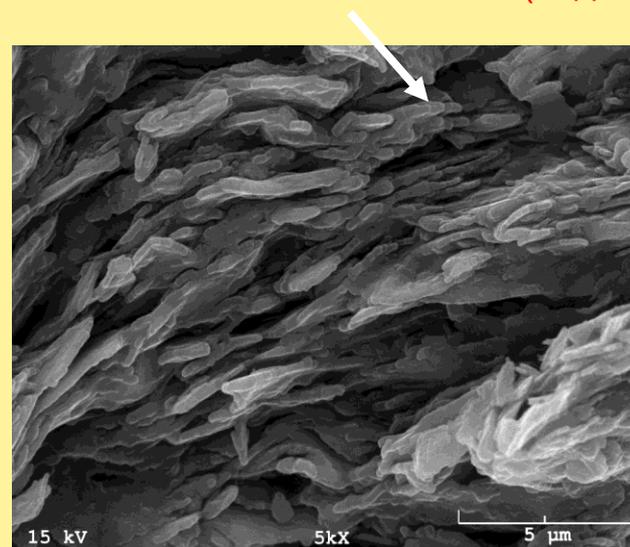
- - - Прогноз по измерениям в направлениях  $0^\circ$  и  $90^\circ$

# Результаты ТЭС-инверсии

Плоскость напластования (вид сверху)



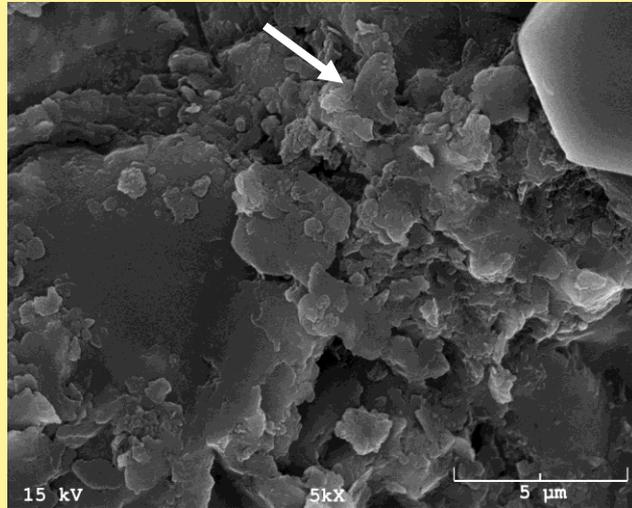
Плоскость напластования (вид сбоку)



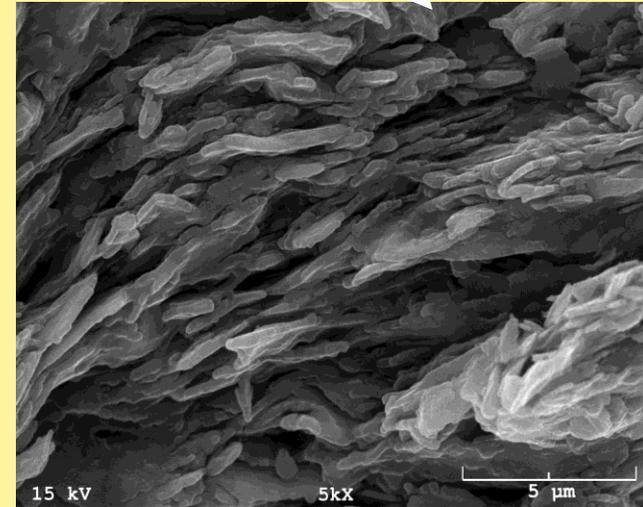
Образец	Проницаемость матричных зон, нД	Проницаемость флюидных зон, нД	Параметр связности пустот	AR трещин	Трещинная пористость, %	AR минеральных зерен	AR пор	Объемное содержание пор, %
Образец 1	$9.6e-4 \pm 2e-5$	$383 \pm 3$	$0.78 \pm 0.002$	$0.02 \pm 0.0002$	$0.42 \pm 0.004$	$0.17 \pm 0.003$	$0.5 \pm 0.004$	$5.9 \pm 0.003$
Образец 2	$1.9e-4 \pm 1e-5$	$1212 \pm 12$	$0.75 \pm 0.002$	$0.01 \pm 0.002$	$0.22 \pm 0.006$	$0.23 \pm 0.005$	$0.77 \pm 0.01$	$6.8 \pm 0.006$
Образец 3	$1.2e-3 \pm 2e-5$	$221 \pm 1$	$0.86 \pm 0.002$	$0.01 \pm 0.0003$	$0.34 \pm 0.006$	$0.18 \pm 0.003$	$0.86 \pm 0.007$	$7.3 \pm 0.01$

# Результаты ТЭС-инверсии

Плоскость напластования (вид сверху)



Плоскость напластования (вид сбоку)



Проницаемость матричных зон:  $10^{-4}$  -  $10^{-3}$  nD

Проницаемость флюидных зон :  $10^3$  –  $10^4$  nD

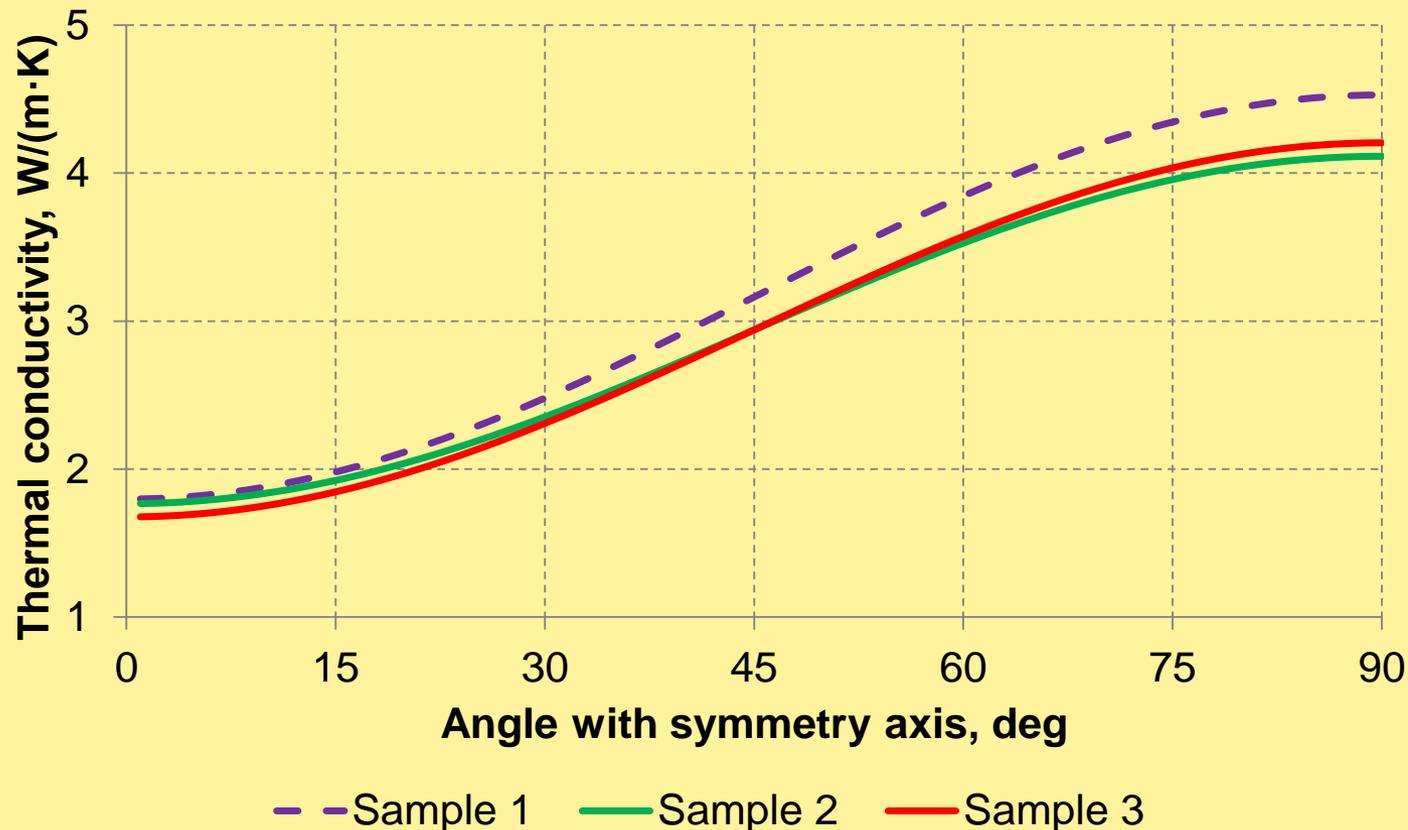
AR трещин: 0.01 – 0.02

AR пор : 0.5 – 0.9

AR зерен : 0.17 – 0.23

Параметр связности пустот: 0.75 - 0.86

# Прогноз теплопроводности по измерениям проницаемости



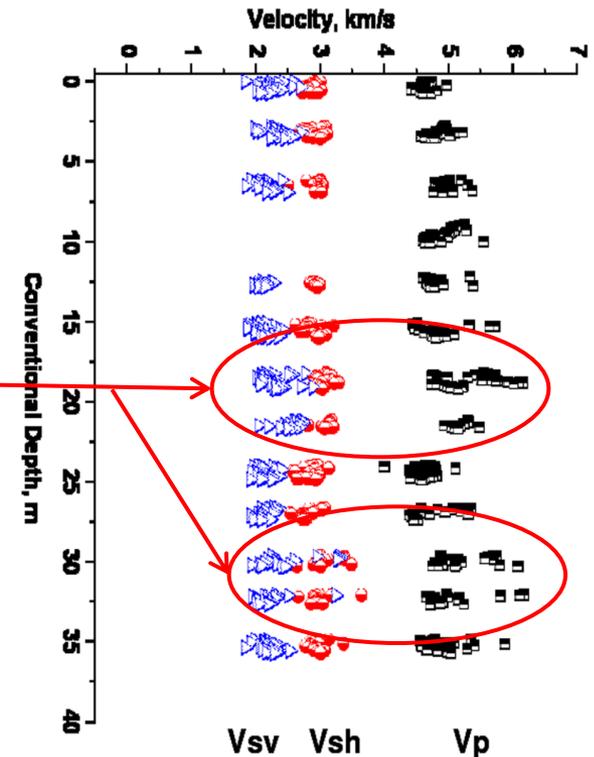
Согласно Шоену (1997) теплопроводность глинистых сланцев меняется от 0.55 to 4.25 Вт/(м·К) .

# Прогноз скоростей упругих волн по данным о теплопроводности

Сравнение со скоростями упругих волн, полученными по данным ГИС для глубин, близких к глубинам извлечения керна

	Обозначение скорости	Теоретические значения скорости (Sw=1), км/с	Скорости по данным ГИС км/с	Относительная разница для данных ГИС, (%)
Образец 1	Vp_z	4.29	4.16	3
	Vs_z	2.41		1
	Vp_x	5.87		
	Vsh_x	3.59		
Образец 2	Vp_z	4.47	2.38 (перпендикулярно плоскости напластования)	7
	Vs_z	2.47		3
	Vp_x	5.73		
	Vsh_x	3.47		
Образец 3	Vp_z	4.10	2.38 (перпендикулярно плоскости напластования)	1
	Vs_z	2.00		16
	Vp_x	5.55		
	Vsh_x	3.36		

В плоскости напластования

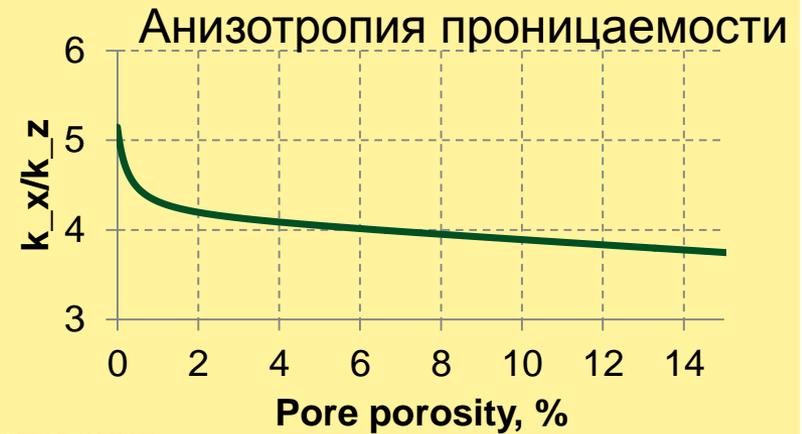
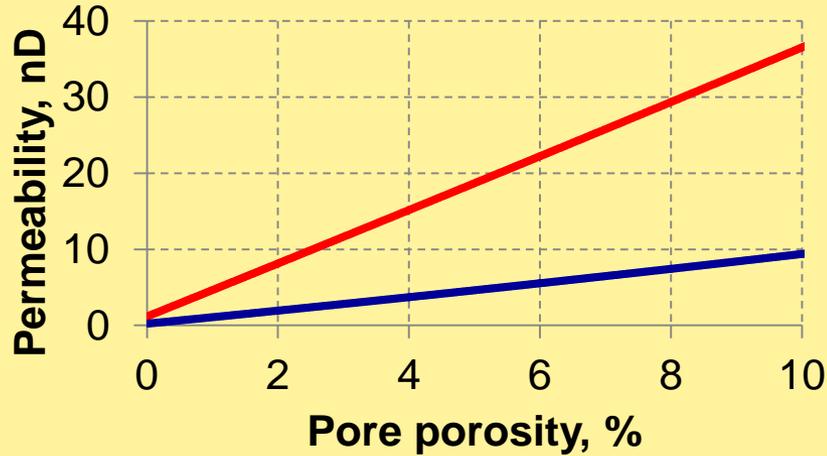


Разница в скоростях на масштабе образца и ГИС может достигать 20% (Tiwary et al., 2009)

Экспериментальные данные N. Dyaaur (2008)

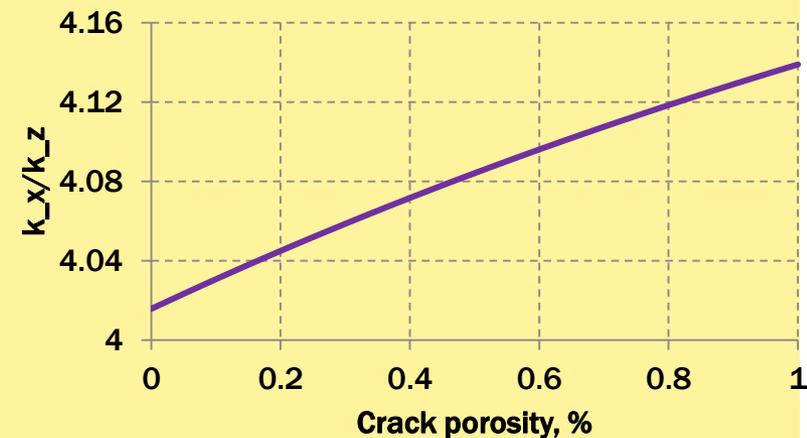
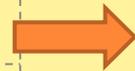
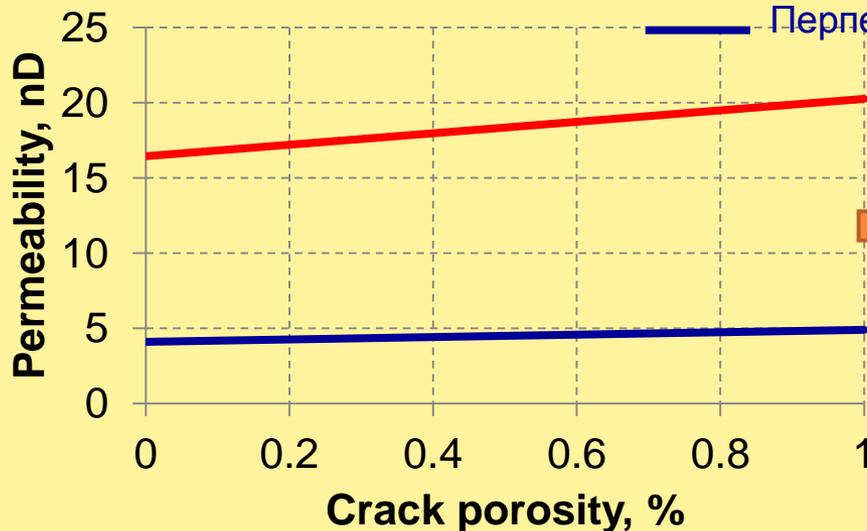
# Возможное применение результатов инверсии

## Теоретический анализ различия влияния трещин и пор на проницаемость



— Вдоль напластования

— Перпендикулярно напластованию



# Выводы

Теория эффективных сред дает возможность разработать междисциплинарный подход для определения эффективных физических свойств осадочных пород, позволяющий решать как прямые и обратные задачи разведочной геофизики:

- прогнозировать физические свойства пород по их составу и параметрам внутреннего строения
- определять параметры внутреннего строения пород (в частности, геометрию пор и трещин) по измеренным физическим свойствам
- прогнозировать «неизмеряемые» физические свойства по измеренным
- прогнозировать физические свойства пород на других масштабах (задачи апскейлинга и даунскейлинга)
- восстанавливать полный тензор физических свойств анизотропных пород по ограниченному числу измерений